بكالوريات 2009 أجنبية

بكالوريات مغربية 2009

التمرين الأول : (3 نقاط) (بكالوريا المغرب 2009 . الشعبة : علوم تجريبية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(-2;2;8)$ ، $B(6;6;0)$ ، $C(2;-1;0)$ وَ $D(0;1;-1)$.

ولتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$.

1 أ- بيّن أن النقط O ، C و D تعيّن مستويا (OCD) .

ب- استنتج أن $x+2y+2z=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (OCD) .

2 تحقق أن (S) سطح كرة مركزها النقطة $\Omega(2;4;4)$ ونصف قطرها 6 .

3 أ- احسب المسافة بين النقطة Ω و المستوي (OCD) .

ب- استنتج أن المستوي (OCD) مماس لسطح الكرة (S) .

جـ- تحقق أن $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0$ ثم استنتج أن النقطة O هي نقطة تماس سطح الكرة (S) والمستوي (OCD) .

التمرين الثاني : (3 نقاط) (بكالوريا المغرب 2009 . الشعبة : علوم تجريبية)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب :

$$a=2-2i \quad ، \quad b=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i \quad و \quad c=\left(1-\sqrt{3}\right)+\left(1+\sqrt{3}\right)i$$

1 اكتب كلا من a و b على الشكل المثلثي .

2 نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{5\pi}{6}$.

أ- ليكن z لاحقة نقطة M من المستوي المركب وَ z' لاحقة النقطة M' صورة M بالدوران R . بيّن أن $z'=bz$.

ب- تحقق أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R .

3 بيّن أن : $\arg(c)=\arg(a)+\arg(b)\,[2\pi]$ ثم حدّد عمدة للعدد المركب c.

التمرين الثالث : (3 نقاط) (بكالوريا المغرب 2009 . الشعبة : علوم تجريبية)

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و 5 كرات حمراء (لا نميّز بينها عند اللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الصندوق .

1 نعتبر الحادثتين التاليتين :
A : « الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون »
B : « الحصول على ثلاث كرات مختلفة مثنى مثنى »
- بيّن أن : $P(A)=\frac{3}{44}$ وَ $P(B)=\frac{3}{11}$.

2 ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يربط بكل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها .
أ- حدّد القيم التي يأخذها المتغيّر العشوائي X .
ب- حدّد قانون احتمال المتغيّر العشوائي X واحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الرابع : (2 نقاط) (بكالوريا المغرب 2009 . الشعبة : علوم تجريبية)

نضع $I=\int_{-2}^{-1}\frac{x}{x+3}dx$ وَ $J=\int_{-2}^{-1}\ln(2x+6)dx$

1 أ- تحقق أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -3 ، $\frac{x}{x+3}=1-\frac{3}{x+3}$.
ب- بيّن أن : $I=1-3\ln 2$.

2 باستعمال المكاملة بالتجزئة ، بيّن أن : $J=-I$.

التمرين الخامس : (9 نقاط) (بكالوريا المغرب 2009 . الشعبة : علوم تجريبية)

نعتبر الدالة العددية f للمتغيّر الحقيقي x بحيث :

$$f(x)=2\ln\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)$$

يرمز (C) إلى المنحني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

الجزء الأول :

1 أ- تحقق أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1$
ثم استنتج أن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$.

ب- بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}>0$.

2 أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\ln 4$. فسّر هندسيا هذه النتيجة .

3 أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\frac{2\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x}-1\right)}{\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1}$

ثم تحقق أن : $f'(0)=0$.

ب- ادرس إشارة $\sqrt{e^x}-1$ على $\mathbb{R}$ واستنتج أن الدالة f متزايدة على المجال $[0;+\infty[$ ومتناقصة على المجال $]-\infty;0]$.

4 أ- تحقق أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=2x+2\ln\left(1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}\right)$

ب- بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x$ مقارب للمنحني (C) بجوار $+\infty$

5 أ- تحقق أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x :

$$e^x-3\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$$

ب- ادرس إشارة كل من $\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ وَ $\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ على $\mathbb{R}$.

جـ- استنتج أنه ، من أجل كل x من $[0;\ln 4]$ ، $e^x-2\sqrt{e^x}+2\le\sqrt{e^x}$.

د- بيّن أنه ، من أجل كل x من $[0;\ln 4]$ ، $f(x)\le x$.

6 أنشئ المنحني (C) . (نقبل أن للمنحني (C) نقطتي انعطاف فاصلة إحداهما أصغر من -1 وفاصلة الأخرى أكبر من 2 ، تحديدهما غير مطلوب)

الجزء الثاني :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$u_1=1$ وَ $u_{n+1}=f(u_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n .

يمكنك فيما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f .

1 بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le\ln 4$.

2 بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة .

3 استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدّد نهايتها .

بكالوريات تونسية 2009

التمرين الأول : (4 نقاط) (بكالوريا تونس 2009 . الشعبة : إعلام آلي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط $A(-2;-1;3)$ ، $B(1;-1;4)$ ، $C(3;0;1)$ والمستقيم (Δ) الذي تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-t \\ z=1+3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

1. بيّن أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا ، نرمز لهذا المستوي بالرمز (P) .
2. أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية :
   - أ- النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ) .
   - ب- $\overrightarrow{BC}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (Δ) .
   - جـ- المستقيم (Δ) يوازي المستوي (P) .
   - د- المستقيمان (Δ) و (AB) متعامدان .

التمرين الثاني : (4 نقاط) (بكالوريا تونس 2009 . الشعبة : إعلام آلي)

(u_n) المتتالية المعرفة بحدّها الأول $u_0=6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$$

1. أ- برهن بالتراجع أنه ، من كل عدد طبيعي n ، $u_n>3$.
   - ب- بيّن أن المتتالية (u_n) هي متتالية متناقصة ، استنتج أنها متقاربة .
   - جـ- عيّن نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.
2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\ln(u_n-3)$
   - أ- بيّن أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $r=-\ln 3$
   - ب- عبّر عن v_n ثم u_n بدلالة n .
   - جـ- عيّن ، ثانية ، نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

التمرين الثالث : (3 نقاط) (بكالوريا تونس 2009 . الشعبة : إعلام آلي)

1. نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E) : $4x+5y=7$.
   - أ- تأكد أن $(-2;3)$ هو حل للمعادلة (E) .

ب- حل المعادلة (E) .

2 في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر المستويين (P) و (Q) المعرفين على الترتيب بالمعادلتين :

$$x+6y-z-8=0 \quad \text{و} \quad 3x-y+z+1=0$$

أ- بيّن أن (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم (D) .

ب- عيّن (S) مجموعة نقط المستقيم (D) التي إحداثياتها أعداد صحيحة .

التمرين الرابع : (9 نقاط) (بكالوريا تونس 2009 بتصرف . الشعبة : تقني)

نعتبر الدالة العددية f للمتغيّر الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=1+e^{x}-xe^{x}$$

يرمز (C) إلى المنحني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وفسّر هذه النتيجة هندسيا .

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ وفسّر هذه النتيجة هندسيا .

جـ- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

2 ادرس اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيّراتها .

3 بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1<\alpha<\dfrac{3}{2}$.

4 أنشئ (Δ) و (C) .

5 أ- تحقق أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x)=x+(2-x)e^{x}$ هي دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب- احسب ، بوحدة المساحة ، مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحني (C) ، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$.

6 ليكن (C') نظير المنحني (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) وذلك على المجال $[0;+\infty[$. ارسم المنحني (C') في نفس المعلم السابق .

بكالوريات تونسية أخرى 2009

التمرين 1 : (بكالوريا تونس 2009 . الشعبة : رياضة)

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها :
5 صفراء ، 3 خضراء و كرتان حمراوان .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من هذا الكيس .

1) احسب احتمال كل من الحادثتين A و B حيث :
A : « الحصول على 3 كرات خضراء »
B : « الحصول على 3 كرات تحمل ألوانا مختلفة مثنى مثنى »

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الكرات الخضراء المتحصل عليها .
أ- ما هي القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X ؟
ب- عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X .
جـ- احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X .

التمرين 2 : (بكالوريا تونس 2009 . الشعبة : رياضة)

(u_n) المتتالية المعرفة بحدّها الأول u_0 ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - \frac{3}{4}$$

1) احسب u_1 و u_2 .

2) أ- برهن بالتراجع أنه ، من كل عدد طبيعي n ، $u_n \geq -1$.
ب- بيّن أنه ، من كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{4}(u_n + 1)$.
جـ- بيّن أن المتتالية (u_n) هي متتالية متناقصة ، استنتج أنها متقاربة .
د- عيّن نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n + 1$
أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.
ب- عبّر عن v_n ثم u_n بدلالة n .
جـ- عيّن ، ثانية ، نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

التمرين 3 : (بكالوريا تونس 2009 . الشعبة : علوم تجريبية . الدورة الاستدراكية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(-3;-1;-3)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(2;-2;-1)$ والمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $B(3;2;3)$ وشعاع توجيهه $\vec{v}(1;2;-2)$.

1 أ- بيّن أن المستقيمين (Δ) و (D) متعامدان و لا ينتميان إلى مستو واحد .

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي الذي يحوي (Δ) ويوازي (D) .

2 لتكن S سطح الكرة التي مركزها $C(-1;0;-1)$ ونصف قطرها 6 .

وليكن (P) المستوي الذي معادلته : $2x+y+2z+13=0$.

أ- بيّن أن S و (P) يتقاطعان وفق دائرة مركزها النقطة A ، يطلب تعيين نصف قطرها .

ب- بيّن أن المستقيم (D) مماس لسطح الكرة S في النقطة B .

3 أ- احسب AB ، واستنتج أن النقطة C تنتمي إلى القطعة $[AB]$.

ب- عيّن مستقيما عموديا على كل من المستقيمين (Δ) و (D) .

التمرين 4 : (بكالوريا تونس 2009 . الشعبة : رياضيات . الدورة الاستدراكية)

1 نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E) : $3x+4y=-8$.

أ- تأكد أن $(0;-2)$ هو حل للمعادلة (E) .

ب- حل ، في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ ، المعادلة (E) .

2 في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، نعتبر المستقيم (Δ) الذي معادلته $3x+4y=-8$ ونسمي A النقطة من (Δ) ذات الفاصلة 0 .

أ- بيّن أنه إذا كانت M النقطة من (Δ) ذات الإحداثيين الصحيحين فإن AM مضاعف للعدد 5 .

ب- لتكن N نقطة من (Δ) إحداثياها $(x;y)$.

- تحقق أن $AN=\frac{5}{4}|x|$.

جـ- استنتج أنه إذا كان AN مضاعفا للعدد 5 يكون x و y عددين صحيحين .

التمرين 5 : (بكالوريا تونس 2009 . الشعبة : إعلام آلي)

1 حل ، في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ ، المعادلة $(E): 2x+3y=5$.

2 فيما يلي الأعمار مقدرة بالسنوات .

أ- في سنة 2009 : أحد الآباء عمره n محصور بين 50 و 55 . له ولدان A و B عمرهما a و b على الترتيب .

نفرض أن :

- في سنة 2001 : عمر الأب هو ضعف عمر الابن A .
- في سنة 2006 : عمر الأب يزيد عن عمر الابن B بثلاثة أضعاف و 3 أعوام .

أ- بيّن أن الأعداد n ، a و b تحقق : $\begin{cases} n=2a-8 \\ n=3b-3 \end{cases}$

ب- تحقق أن الثنائية $(a;-b)$ هي حل للمعادلة (E) .

جـ- استنتج الأعمار n ، a و b للأب وولديه .

التمرين 6 : (بكالوريا تونس 2009 بتصرف . الشعبة : تسيير واقتصاد)

نعتبر الدالة العددية f للمتغيّر الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{x+3+3\ln x}{x}$$

يرمز (C) إلى المنحني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 أ- احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ وفسّر هذه النتيجة هندسيا .

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسّر هذه النتيجة هندسيا .

2 أ- بيّن أنه ، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{-3\ln x}{x^2}$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيّراتها .

3 بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.32<\alpha<0.34$.

4 أنشئ المنحني (C) .

5 احسب ، بوحدة المساحة ، مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحني (C) ، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$.

التمرين 7 : (بكالوريا تونس 2009 . الشعبة : رياضيات . الدورة الاستدراكية)

لتكن f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(وحدة الطول $2\,cm$)

1 أ- بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

ب- بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C) في جوار $+\infty$.

جـ- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C) والمستقيم (Δ) .

2 يُعطى جدول تغيرات الدالة f :

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	3	$+$
$f(x)$	-1 ↗	$+\infty$

أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0<\alpha<0.5$.

ب- ارسم المستقيم (Δ) والمنحني (C) (نأخذ $\alpha=0.4$) .

3 نسمي (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=\int_{\alpha}^{1}[f(x)]^n dx$.

أ- احسب u_1 . فسّر هندسيا النتيجة المتحصل عليها .

ب- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $0\le u_n\le \frac{1}{n+1}$.

جـ- استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين 8 : (بكالوريا تونس 2009 - تسيير واقتصاد - الدورة الاستدراكية)

نعتبر الدالة العددية f للمتغيّر الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$f(x)=\frac{1}{4}x^2-1-2\ln x$ ، نسمي (C) تمثيلها البياني f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $1\,cm$) .

1 أ- احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ وفسّر هذه النتائج هندسيا .

ب- بيّن أنه ، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{(x-2)(x+2)}{2x}$.

جـ- شكل جدول تغيرات الدالة f .

2 أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل بالضبط حلين α و β حيث :

$0.5<\alpha<0.7$ و $3.7<\alpha<3.9$.

ب- ارسم المنحني (C) .

3 أ- بيّن أن الدالة F المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$F(x)=\frac{1}{12}x^3+x-2x\ln x$$

هي دالة أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$.

ب- احسب ، بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحني (C) ، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=\alpha$ و $x=\beta$.

التمرين 9 : (بكالوريا تونس 2009 . الشعبة : علوم تجريبية . الدورة الاستدراكية)

نعتبر الدالة العددية f للمتغيّر الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ :

$$f(x)=-1+\frac{x-1}{x+1}e^x$$

يرمز (C) إلى المنحني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 احسب نهايات الدالة f عند حدود مجالات التعريف .

2 أ- بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ ، $f'(x)=\frac{x^2+1}{(x+1)^2}e^x$.

ب- شكل جدول تغيّرات الدالة f .

3 أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.5<\alpha<1.6$.

ب- تحقق أن : $e^{\alpha}=\frac{\alpha+1}{\alpha-1}$ وأن : $f(-\alpha)=0$.

4 أ - احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ وفسّر هذه النتيجة هندسيا .

ب- أنشئ المنحني (C) .

التمرين الأول : (5 نقاط) (بكالوريا موريتانيا 2009 . الشعبة العلمية)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط $A(-4;6;-1)$ ، $B(1;2;2)$ و $C(-1;4;3)$.

1 أ- بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

ب- احسب مساحة المثلث ABC .

2 اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

3 لتكن I منتصف القطعة $[AC]$ ، و D نظيرة B بالنسبة إلى I .

أ- بيّن أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى مستو واحد .

ب- عيّن طبيعة الرباعي $ABCD$ ثم احسب مساحته .

التمرين الثاني : (5 نقاط) (بكالوريا موريتانيا 2009 . الشعبة العلمية)

زهرة نرد مكعبة ذات ستة أوجه مرقمة كما يلي :

وجهان يحملان الرقم 2 ، ثلاثة أوجه تحمل الرقم 4 ووجه يحمل الرقم 6 .

الاحتمال P_i لظهور وجه يحمل الرقم i متناسب مع العدد i .

1 احسب P_2 ، P_4 و P_6 .

2 نفرض أن : $P_2=\frac{1}{11}$ ، $P_4=\frac{2}{11}$ و $P_6=\frac{3}{11}$.

نرمي زهرة النرد مرتين متتابعتين ، نرمز بـ i إلى نتيجة الرمية الأولى وبالرمز j إلى نتيجة الرمية الثانية .

نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل ثنائية $(i;j)$ العدد $i-j$.

أ- عيّن قيم المتغير العشوائي X .

ب- عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

جـ- احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث : (10 نقاط) (بكالوريا موريتانيا 2009 بتصرف . الشعبة العلمية)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}$

نسمي C_f التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم فسّر هذه النتيجة هندسيا .

2 أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=1-\dfrac{2}{e^{x}+1}$.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسّر هذه النتيجة هندسيا .

3 ادرس اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4 أ- اكتب معادلة المماس T للمنحني C_f عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب- احسب الدالة المشتقة الثانية للدالة f وبيّن أن النقطة O هي نقطة انعطاف للمنحني C_f .

5 ارسم المنحني C_f .

6 أ- بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=1-\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$.

ب- احسب ، بوحدة المساحة ، مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحني C_f والمستقيمات التي معادلاتها : $y=1$ ، $x=0$ و $x=1$.

بكالوريات فرنسية 2009

تمرين 1 : (Bac Nouvelle Calédonie Mars 2009 S)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها : $z_A=1$ ، $z_B=3+4i$ ، $z_C=2\sqrt{3}+i\left(-2-\sqrt{3}\right)$ و $z_D=-2\sqrt{3}+i\left(-2+\sqrt{3}\right)$.

1) أ- بيّن أن D هي صورة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

ب- استنتج أن النقطتين B و D تقعان على دائرة (Γ) مركزها A ويطلب تعيين نصف قطرها .

2) لتكن F صورة A بالتحاكي الذي مركزه B ونسبته $\frac{3}{2}$.

أ- بيّن أن اللاحقة z_F للنقطة F هي $-2i$.

ب- بيّن أن النقطة F هي منتصف القطعة $[CD]$.

جـ- أثبت أن : $\frac{z_C-z_F}{z_A-z_F}=-i\sqrt{3}$ واستنتج الشكل الأسي للعدد $\frac{z_C-z_F}{z_A-z_F}$.

- استنتج من الأسئلة السابقة أن المستقيم (AF) هو محور القطعة المستقيمة $[CD]$

3) اعتمادا على النقط A ، B و F ، أنشئ النقطتين C و D .

تمرين 2 : (Bac Liban Juin 2009 S)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها : $z_A=-\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ وَ $z_C=-3$.

الجزء الأول :

1) اكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسي .

2) علم النقط A ، B و C .

3) بيّن أن المثلث ABC متقايس الأضلاع .

الجزء الثاني :

ليكن f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=\frac{1}{3}iz^2$.

نسمي O' ، A' ، B' و C' صور النقط O ، A ، B و C على الترتيب

بالتحويل f .

1) أ ـ عيّن الشكل الأسي لكل من لواحق النقط A' ، B' و C' .

ب- علم النقط A' ، B' و C' .

جـ- عيّن استقامية النقط O ، A و B' وكذلك النقط O ، B و A' .

2) لتكن G مركز المسافات المتساوية للنقط O ، A ، B و C . نسمي G' صورة النقطة G بالتحويل f .

أ- عيّن لاحقتي النقطتين G و G' .

ب- هل النقطة G' هي مركز المسافات المتساوية للنقط O' ، A' ، B' و C' ؟

3) بيّن أنه إذا انتمت M إلى المستقيم (AB) فإن M' تنتمي إلى القطع المكافئ الذي معادلته $y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{3}{4}$ (لا يطلب رسم هذا القطع المكافئ) .

تمرين 3 : (Bac Nouvelle Calédonie Mars 2009 S)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط : $A(4;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ ، $C(0;0;3)$ و $E\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{1}{9}\right)$.

1) أ- أثبت أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا .

ب- ليكن $\vec{n}$ الشعاع الذي إحداثياته $(3;6;4)$.

- بيّن أن $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

جـ- بيّن أن معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي : $3x+6y+4z-12=0$.

د- استنتج المسافة بين النقطة E والمستوي (ABC) .

2) أ- بيّن أن المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=t+1 \\ y=2t \\ z=\frac{4}{3}t+\frac{5}{9} \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ عمودي على المستوي (ABC) ويمرّ بالنقطة E .

ب- عيّن إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة E على المستوي (ABC) .

جـ- استنتج المسافة بين النقطة E والمستوي (ABC) .

تمرين 4 : (Bac Pondichéry Avril 2009 ES)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x(\ln x-1)$

نسمي (c) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$) .

1) احسب نهاية الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

2) أ- أثبت أنه ، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\ln x$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على $]0;+\infty[$ وشكل جدول تغيّراتها .

3) ارسم المنحني (C) .

4) أ- أثبت أن الدالة H المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $H(x)=\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2$

هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto x\ln x$ على $]0;+\infty[$.

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$.

جـ- احسب ، بوحدة المساحة ، مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحني (C) ،

محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$.

تمرين 5 : (Bac Polynésie juin 2009 STI)

1) ليكن p كثير الحدود المعرف من أجل كل عدد مركب z كما يلي :

$$p(z)=z^3-7z^2+20z-24$$

أ- تحقق أن $p(3)=0$.

ب- عين العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z :

$$p(z)=(z-3)(z^2+\alpha z+\beta)$$

جـ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A ، B وَ C التي لواحقها $a=3$ ، $b=2+2i$ وَ $c=2-2i$ على الترتيب .

أ- علم النقط A ، B وَ C .

ب- عيّن الطويلة وعمدة لكل من العددين المركبين b و c .

جـ- أثبت أن المثلث OBC قائم ومتساوي الساقين .

3) نعتبر المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z بحيث : $|z-3|=\sqrt{5}$

أ- بيّن أن النقطتين B وَ C تنتميان إلى المجموعة (E) .

ب- عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (E) وأنشئها في نفس المعلم السابق .

تمرين 6 : (Bac Polynésie Juin 2009 S)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$A(1;-1;3)$، $B(0;3;1)$، $C(6;-7;-1)$ ، $D(2;1;3)$ و $E(4;-6;2)$

1 أ- أثبت أن مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-1),(C;1)\}$ هو النقطة E

ب- استنتج (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=2\sqrt{21}$$

2 أ- بيّن أن النقط A ، B و D تعيّن مستويا .

ب- بيّن أن المستقيم (EC) عمودي على المستوي (ABD) .

جـ- عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (ABD) .

3 أ- عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC) .

ب- عيّن إحداثيات النقطة F نقطة تقاطع المستقيم (EC) و المستوي (ABD) .

4 أثبت أن المستوي (ABD) والمجموعة (Γ) يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

تمرين 6 : (Bac Polynésie Juin 2009 S)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط :
$A(1;-1;3)$، $B(0;3;1)$ ، $C(6;-7;-1)$ ، $D(2;1;3)$ و $E(4;-6;2)$

1 أ- أثبت أن مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-1),(C;1)\}$ هو النقطة E

ب- استنتج (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=2\sqrt{21}$$

2 أ- بيّن أن النقط A ، B و D تعيّن مستويا .

ب- بيّن أن المستقيم (EC) عمودي على المستوي (ABD) .

جـ- عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (ABD) .

3 أ- عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC) .

ب- عيّن إحداثيات النقطة F نقطة تقاطع المستقيم (EC) و المستوي (ABD) .

4 أثبت أن المستوي (ABD) والمجموعة (Γ) يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

تمرين 7 : (Bac Liban Juin 2009 S)

نعتبر الدالة العددية f للمتغيّر الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=\ln(1+e^{-x})+\frac{1}{3}x$$

يرمز (C) إلى المنحني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

الجزء الأول :

1 أ- احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ب- بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=\frac{1}{3}x$ هو مستقيم مقارب للمنحني (C) .

جـ- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C) والمستقيم (D) .

د- بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=\ln(e^x+1)-\frac{2}{3}x$.

هـ- استنتج نهاية الدالة f عند $-\infty$.

2 أ- نرمز بـ f' إلى الدالة المشتقة للدالة f .

- بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\frac{e^x-2}{3(e^x+1)}$

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

3 ارسم (D) و (C) .

الجزء الثاني :

ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم . نسمي d_n ، المساحة ، بوحدة المساحة ، للحيّز المستوي المحدد بالمنحني (C) ، المستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=n$.

1 برّر أنه ، من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ ، $d_n=\int_0^n \ln(1+e^{-x})dx$

2 نقبل أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $\ln(1+e^{-x})\leq e^{-x}$.

أثبت أنه ، من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ ، $d_n\leq 1$.

3 هل المتتالية $(d_n)_{n\geq 1}$ هي متتالية متقاربة ؟

تمرين 8 : (Bac Métropole Juin 2009 STI)

الجزء الأول :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-x^2-\ln x$.

1) ادرس تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$.

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{\ln x}{x}-x+2$

نسمي (c) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2\,cm$) .

1) أ- احسب نهاية الدالة f عند 0 ، فسّر هندسيا هذه النتيجة .

ب- احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

جـ- بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=-x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (c) عند .

د- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (c) بالنسبة للمستقيم (D) .

2) أ- أثبت أنه ، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيّراتها .

3) أ- عيّن إحداثيي النقطة A من (c) التي يكون المماس عندها موازيا للمستقيم (D)

ب- اكتب معادلة للمستقيم (T) ، مماس المنحني (c) عند النقطة ذات الفاصلة e .

(نذكر أن e هو العدد الذي يحقق $\ln e=1$)

4) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]0;1[$.

5) ارسم المستقيمين (D) ، (T) و المنحني (c) .