السلسلة رقم 04: تمارين الدوال اللوغاريتمية   س د 2014/13

الشعب :3 علوم . ت+رياضيات+تقني رياضي   إعداد الأستاذ: بالعبيدي م العربي

01 fدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x)=x-x\ln|x| & ;x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1)ادرس استمرارية وقابلية اشتقاق f عند0وفسّر النتيجة2بيانيا

2) أدرس شفعية f ، ثم أدرس تغيرات f المجال $[0;+\infty[$.

3) حل المعادلة $f(x)=0$ ، وفسّر النتيجة بيانيا

4) أرسم المنحنى (C) على المجال $[-3;3]$

02 fدالة معرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\dfrac{1+\ln(x^2)}{x^2}$.

1)ادرس شفعية f.ثم ادرس تغيرات f في المجال $]0;+\infty[$.

2)عين نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل ، ثم أرسم (C_f)

03 fدالة معرفة على $I=]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+x\ln(x+2)$

1-أ) احسب $f'(x)$ و$f''(x)$ من أجل كل x من I.

ب)عيّن إشارة $f''(x)$ ثم استنتج وجود عدد حقيقي وحيد $\alpha\in]-0,6;-0,5[$ بحيث $f'(\alpha)=0$.

2) ادرس تغيرات الدالة f.

3)بيّن أن: $f(\alpha)=1-\dfrac{\alpha^2}{\alpha+2}$ ،استنتج حصرا لـ$f(\alpha)$

4) M_0 نقطة من المنحنى (C_f) فاصلتها x_0 و (T) المماس للمنجي (C_f) في النقطة M_0 .

أ) بيّن أن (T) يمرّ بالمبدأO يكافئ $f(x_0)=x_0f'(x_0)$

ب)استنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمرّان بالمبدأO

ثم عين العدد ين الحقيقيين a و b .

04 fدالة عددية معرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=1-\dfrac{\ln x^2}{x}$

(C)تمثيلها البياني في مستو مزود بم.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)أدرس تغيرات f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة

- أثبت أنّ المنحنى (C) يقطع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$ في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.

2) احسب: $f(-x)+f(x)$ ماذ تستنتج ؟.

3)بين ان المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]-1,-0.5[$

4)أثبت أن(C)يقبل مماسا (d)يشمل النقطة $A(0;1)$ ويمس المنحنى(C)في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.

أوجد معادلة للمماس (d). 5) أرسم (d) ثم (C).

6)ناقش ، بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx+1$

05 fالدالة العددية حيث: $f(x)=x+\ln|e^x-2|$

(C)تمثيلها البياني في مستو مزود بم.م.م $(o;\vec{i};\vec{j})$

1 –أ- بين ان $D_f=]-\infty;\ln 2[\cup]\ln 2;+\infty[$

ب- بين أن: $f(x)=2x+\ln|1-2e^{-x}|$

جـ-احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

-احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}\ln 2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}\ln 2} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

د- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم ارسم جدول تغيراتها

3-أ- بين أن (C)يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و(Δ')

معادلتاهما على التوالي: $y=2x$ و $y=x+\ln 2$

ب- عين نقط تقاطع (C)مع محور الفواصل .

جـ-أنشئ المنحنى (C).

06 I) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ:

$$g(x)=x^2-4x+3+\ln|x-2|$$

أ)- أدرس تغيرات الدالة g .

ب)- أحسب $g(3)$ ، $g(1)$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

2- f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ حيث :

$f(x)=2-x+\dfrac{\ln|x-2|}{x-2}$ وليكن(γ)المنحنى الممثل لها

أ)-أثبت أن من أجل كل x من D_f: $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(x-2)^2}$

ب)أدرس تغيرات الدالة f، ثم أحسب$f(0)$،$f(-1)$، $f(1)$

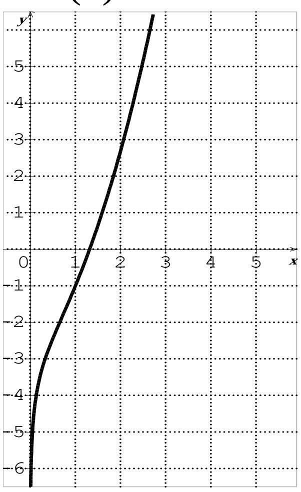
جـ)-أثبت أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-x+2$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (γ) .

د)-أدرس وضعية المنحنى (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

ف)-برهن على وجود مماسين للمنحني(γ) معامل توجيه كل منهما (-1) . ك) إنشئ (γ).

07 المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I- المنحنى (C_h) هو التمثيل البياني للدالة العددية h والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2-2+\ln x$.



أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة h.

ب) علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث $1,25\prec\alpha\prec1,5$ يحقق: $h(\alpha)=0$

جـ)استنتج اشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$f(x)=x+\dfrac{1-\ln x}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$f(x)=x+\frac{1-\ln x}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. ثم احسب $\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$

فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4)بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha-\frac{1}{\alpha}$ ،ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5)أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته : $y=x$

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

6) بيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له.

7) أنشئ كلا من (T) و (Δ) ثم (C_f) في المعلم السابق

8) ناقش ، بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx+\ln x-1=0$

08 I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بالشكل:

$g(x)=ax+1+\ln(bx)$ حيث a، b و من $\mathbb{R}_+^*$.

1) عين a و b بحيث يكون $g(1)=2$ و $g'(1)=2$

2)عين نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3)بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]0;1[$

باستعمال طريقة التنصيف جد حصرا للعدد α سعته 10^{-2}

4)حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $D=[0;+\infty[$ كما يلي:

$f(x)=\frac{x\ln x}{x+1}$ ، من أجل كل $x\in D$ و $f(0)=0$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين أن الدالة f مستمرة على $]0;+\infty[$.

2)هل تقبل الدالة f الاشتقاق عند 0؟ فسر بيانيا النتيجة.

3)بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالةf.

4)أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.ثم تحقق أن $f(\alpha)=-\alpha$

ثم شكل جدول تغيرات الدالةf.

5) (Γ) هوالتمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln x$ في المعلم السابق

*أدرس الأوضاع النسبية للمنحنيين (C) و (Γ).

*أحسب النهاية: $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$. فسر بيانيا النتيجة.

أرسم المنحنيين (C) و (Γ).

09 نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ :

$f(x)=ax+\frac{b}{x}+c\ln(x)$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستومنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أولا: عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث (C_f) يقبل عند النقطة $A(1;1)$ مماسا يمر بالمبدأ ويقبل عند النفطة ذات الفاصلة 2 مماسا يوازي حامل محور الفواصل.

ثانيا: نفرض أن a=-3 و b=4 و c=8

1-بين أن $f'(x)=\frac{-3x^2+8x-4}{x^2}$ واستنتج إشارة $f'(x)$

2-احسب النهايات عند أطراف مجل التعريف.

3-شكل جدول التغيرات للدالة f.

4-بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]4;4,1[$

5-عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الذي ميله 1 .

6-أرسم المنحنى (C_f) المماس (T) .

7-ناقش بيانيا ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $3x^2-4+(m-8\ln x)x=x$

10 f دالة معرفة على المجموعة $I=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{x-1}+\ln(x+1)$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ ، $\lim_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$

ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) .ب)احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2-أ)بين أنه من أجل كل $x\in I$ ، $f'(x)=\frac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$.

ب)استنتج إشارة $f'(x)$ على I ثم شكل جدول تغيرات f .

جـ)عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) في نقطتة ذات الفاصلة 2

3) g دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ $g(x)=\frac{1}{x-1}+\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

أ) بين أنه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ ، $\frac{x+1}{x}>1$.

ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.ماذا تستنتج ؟

جـ)نسمي (C) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln x$ حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحى (C) على المجال $]1;+\infty[$

د) ارسم (C) و (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{1}{x-1}+\ln\left(\frac{x+1}{m}\right)=0$