الحساب ألمتجهي

التمرين1: ABC مثلث،

1) أنشئ I حيث : $\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AB}$

2) أنشئ J حيث : $\overrightarrow{AJ}=-2\overrightarrow{AC}$

3) أنشئ F حيث : $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$

4) أنشئ K حيث : $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AJ}$

5) أنشئ L حيث : $\overrightarrow{AL}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

التمرين2:

ABC مثلث وI وJ وK ثلاث نقط بحيث $\overrightarrow{BI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

بين أن : النقط I وJ وK مستقيمية .

التمرين3:

بسط الكتابات التالية:

1) $\vec{u}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{CB}$

2) $\vec{v}=\overrightarrow{DE}-\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{ED}$.

3) $\vec{w}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}$.

التمرين4:

لتكن A و B و M و I أربع نقط بحيث: $\overrightarrow{MI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)$.

بين أن: I منتصف القطعة [AB].

التمرين5:

لتكن A و B و C ثلاث نقط مختلفة و غير مستقيمية، و I و J منتصفي القطعتين [AB] و [BC] على التوالي:

1) بين أن: $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

2) بين أن: $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{AC}$.

3) أنشئ النقطة M حيث: $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

4) بين أن النقط I و J و M نقط مستقيمية.

التمرين6:

ABC مثلث و D و E و F نقط بحيث: $\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AE}=-2\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BE}$

1) أنشئ الشكل.

2) بين أن: $\overrightarrow{EA}=2\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$.

3) بين أن: $\overrightarrow{FB}=\frac{9}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.

4) أثبت أن النقط A و F و C مستقيمية.

5) استنتج أن المستقيمين (AC) و (BE) يتقاطعان في النقطة F

التمرين7:

ABC مثلث، و M و N و P هي على التوالي منتصفات [BC] و [AC] و [AB]:بين أن: $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$

التمرين8:

ABC مثلث، I و J و K ثلاث نقط بحيث: $\overrightarrow{BI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{AK}=a\overrightarrow{AB}$ و $a\in\mathbb{R}^*$

حدد a إذا علمت أن النقط I وJ و K مستقيمية.

التمرين9:

ABC مثلث،

1) حدد المتجهة $\overrightarrow{AB}$ بدلالة المتجهتين $\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{CA}$.

2) لتكن M نقطة حيث $\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{MB}$، أكتب $\overrightarrow{AM}$ بدلالة المتجهتين $\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{CA}$.

3) هل النقط A و M و B مستقيمية؟ علل جوابك؟

التمرين10:

ABC مثلث، و M و N نقطتان تحققان $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{NA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{NC}$:

1) بين أن $\overrightarrow{BN}$ و $\overrightarrow{MC}$ مستقيميتان.

2) لتكن I منتصف القطعة [BN]، انشئ النقطة D بحيث $\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{DI}=\vec{0}$، ثم بين أن الرباعي BCND متوازي الأضلاع.

التمرين11:

ABC مثلث، 'B و 'C نقط بحيث $(k\in\mathbb{R})$ $\overrightarrow{AB'}=k\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC'}=(1-k)\overrightarrow{AC}$، I منتصف ['B'C].

1) بين أن: $\overrightarrow{AI}=\frac{1-k}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{k}{2}\overrightarrow{AB}$.

2) نعتبر النقطة 'A بحيث I منتصف ['AA]، بين أن: $\overrightarrow{BA'}=(1-k)\overrightarrow{BC}$.

3) بين أن: $\overrightarrow{IA}+k\overrightarrow{IB}+(1-k)\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

التمرين12: (مستقيم Euler)

ليكن ABC مثلثا و O مركز دائرته المحيطة و H هي النقطة بحيث: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OH}$.

1) نعتبر النقطة P بحيث: $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$

a) ما هي طبيعة الرباعي OAPB؟

b) ما هي طبيعة الرباعي OPHC؟

c) استنتج أن (CH) ارتفاع للمثلث ABC.

2) بين بالمثل أن المستقيم (BH) ارتفاع للمثلث ABC، ثم استنتج ما تمثله النقطة H بالنسبة للمثلث ABC.

3) لتكن G مركز ثقل المثلث ABC، بين أن النقط O و H و G مستقيمية.

(**ملاحظة:** G مركز ثقل المثلث ABC يعني أن: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$)

4) حدد العدد الحقيقي k بحيث: $\overrightarrow{OH}=k\overrightarrow{OG}$.

التمرين13:

ABCD متوازي أضلاع مركزه G.

1) لتكن E منتصف [AB] و F منتصف [BC]، بين أن: $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CE}=\vec{0}$

2) نعتبر النقط H و K و I بحيث:

i. $\overrightarrow{DH}=\overrightarrow{CE}$

ii. K منتصف [GH].

iii. I منتصف [AD].

a) بين أن A هي منتصف [HE].

b) ما هي طبيعة الرباعي AGIH؟

c) بين أن: $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

3)

a) بين أن $\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$

b) حدد النقطة M بحيث تكون المتجهة $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ مستقيمية مع $\overrightarrow{CE}$.

4) لتكن L النقطة بحيث: $\overrightarrow{AL}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ و لتكن N نقطة تقاطع [DL] و [AC]، بين أن: $3\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NC}=\vec{0}$.