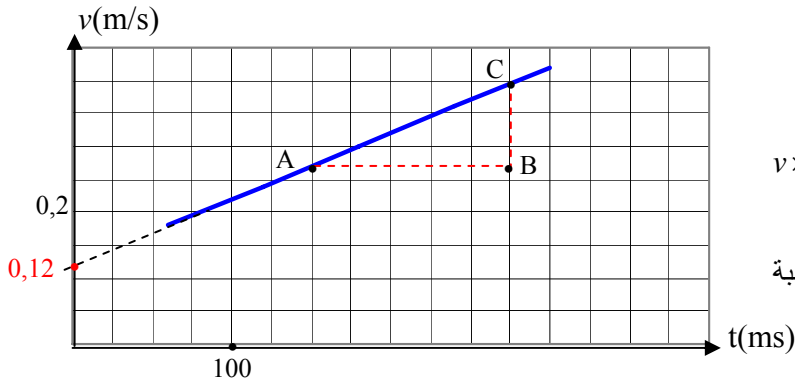


حسب الطبعة الجديدة للكتاب

التمرين 37

t (ms)	60	120	180	240	300
v (m/s)	0,18	0,24	0,30	0,36	0,42

1 - أ) رسم البيان $v = f(t)$ 

ب) البيان عبارة عن خط مستقيم معادلته :

$$v = at + v_0$$

ولدينا $v > 0$ و $a > 0$ (الميل) ، وبالتالي $v \times a > 0$ ومنه الحركة متسارعة بانتظام .

أو نقول : بما أن معادلة السرعة من الدرجة الأولى بالنسبة للزمن ، إذن الحركة متغيرة بانتظام

$$a = \frac{CB}{AB} = \frac{2,5 \times 0,05}{5 \times 25 \times 10^{-3}} = 1 \text{ m/s}^2 \quad \text{التسارع :}$$

نمدد البيان إلى أن يقطع محور السرعة فنحصل على قيمة السرعة في اللحظة $t = 0$ ، وهي السرعة الابتدائية $v_0 = 0,12 \text{ m/s}$ 2 - اختصارا في كل التمارين نرمز لتأثير الطريق على الجسم بـ \vec{R}

أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

القوة \vec{f} هي محصلة القوى المقاومة المؤثرة على الجسم .

$$\vec{F} + \vec{f} + \vec{P} + \vec{R} = m \vec{a} \quad \text{، وبإسقاط هذه العلاقة على المحور}$$

$$F \cos \alpha - f = m a \quad \text{الموضح في الشكل :}$$

$$f = F \cos \alpha - ma = 1,4 \times \frac{1}{2} - 0,5 \times 1 = 0,2 \text{ N}$$

ب) عمل قوة تنسحب على مسار مستقيم :

نتنقل نقطة تأثير القوة \vec{F} من A إلى B . العمل المنجز من طرف هذه القوة هو :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F \times AB \times \cos \alpha$$

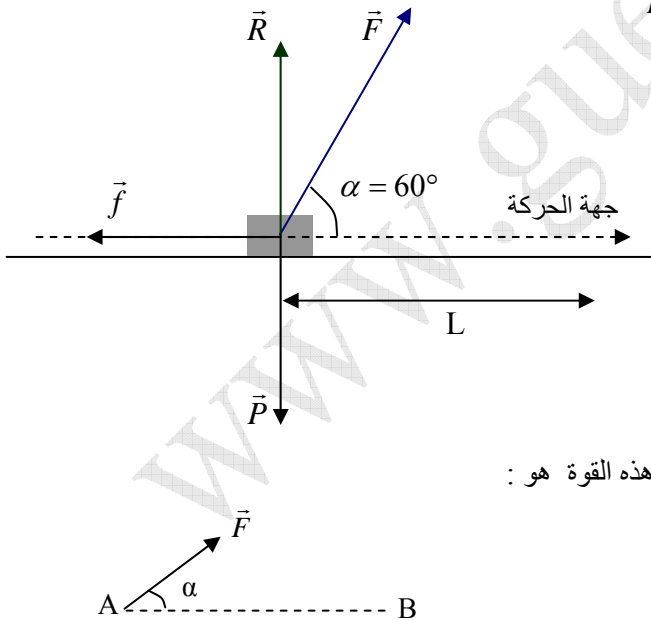
$$W_{AB}(\vec{P}) = P \times L \times \cos 90 = 0 \quad \text{- عمل قوة الثقل :}$$

$$W_{AB}(\vec{R}) = R \times L \times \cos 90 = 0 \quad \text{- عمل قوة رد فعل الطريق :}$$

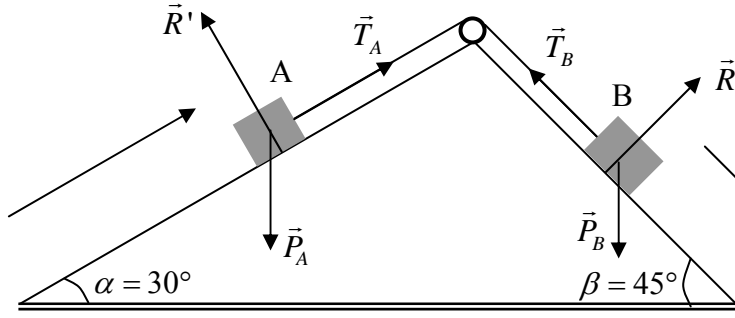
$$W_{AB}(\vec{F}) = F \times L \times \cos \alpha = 1,4 \times 2 \times \cos 60 = 1,4 \text{ J} \quad \text{- عمل القوة } \vec{F} :$$

$$W_{AB}(\vec{f}) = f \times L \times \cos 180 = 0,2 \times 2 \times (-1) = -0,4 \text{ J} \quad \text{- عمل قوة الاحتكاك } \vec{f} :$$

$$\Delta E_C = \sum W = 1,4 - 0,4 = 1 \text{ J} \quad \text{(ج) الطاقة المخزنة خلال هذا الانتقال :}$$



التمرين 38



1 - بما أن الجملة متوازنة ، فإن المجموع الشعاعي للقوى المؤثرة على كل جزء منها يكون معدوماً .

الجسم A :

$$\vec{P}_A + \vec{T}_A + \vec{R}' = 0$$

على المحور الموازي للمستوي المائل ، نكتب :

$$(1) \quad T_A - P_A \sin \alpha = 0$$

ملاحظة : يمكن أن نسقط العلاقة على المحور المعاكس ، ونجد نفس النتيجة لأن المجموع الشعاعي يساوي الصفر .

الجسم B :

$$\vec{P}_B + \vec{T}_B + \vec{R} = 0$$

$$(2) \quad P_B \sin \beta - T_B = 0$$

لأن $T_A = T_B$ لأن الجملة ساكنة . وبجمع العلاقتين (1) و (2) نجد : $P_A \sin \alpha = P_B \sin \beta$ ، وبتعويض $P = m g$ واختصار g :

$$m_B = m_A \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 500 \times \frac{0,5}{0,707} = 353,6 \text{ g} \quad , \quad m_A \sin \alpha = m_B \sin \beta \quad \text{نكتب :}$$

2 - أ) لكي نستنتج طبيعة الحركة يجب أن نجد عبارة التسارع ، وذلك بدراسة حركة الجسمين A و B . (الحركة في جهة B)

الجسم A : (اختصاراً نستعمل نفس رمزي التوترين)

$$\vec{P}_A + \vec{T}_A + \vec{R}' = m_A \vec{a}_A$$

$$(3) \quad T_A - P_A \sin \alpha = m_A a_A$$

الجسم B :

$$\vec{P}'_B + \vec{T}_B + \vec{R} = (m_B + m) \vec{a}_B$$

$$(4) \quad P'_B \sin \beta - T_B = (m_B + m) a_B$$

لأن كتلة البكرة مهملة . $a_A = a_B = a$ لأن أجزاء الجملة مرتبطة ، وبجمع العلاقتين (3) و (4) نجد :

$$a = \frac{(m_B + m) g \sin \beta - m_A g \sin \alpha}{m_A + m_B + m} \quad , \quad \text{ولدينا من المعطيات أن } m_A = m_B + m \quad , \quad \text{ومنه :}$$

$$a = \frac{g (\sin \beta - \sin \alpha)}{2} \quad , \quad \text{وبالتالي : } a = \frac{m_A g \sin \beta - m_A g \sin \alpha}{2 m_A}$$

أثناء الحركة لا تتغير المقادير β ، α ، g ، إذن التسارع يبقى ثابتاً ، ومنه الحركة متغيرة بانتظام .

$$a = \frac{10(0,707 - 0,5)}{2} = 1,03 \text{ m/s}^2 \quad \text{قيمة التسارع :}$$

ب) سرعة الجملة بعد 5 ثوان من بدء الحركة : $\Delta v = at$ ، حيث t هي المدة الزمنية المستغرقة .

$$\Delta v = v - 0 = v \quad (\text{لأن الجملة أفلعت من السكون}) \quad , \quad \text{وبالتالي } v = 1,03 \times 5 = 5,15 \text{ m/s}$$

التمرين 39

1 - الشروط التي يجب احترامها عند انجاز الفيلم : يجب اجراء التجربة في مكان لا توجد به تيارات هوائية . مثلا في المخبر مع غلق الباب والنوافذ . وإلا تصبح حركة الكرة أكثر تعقيدا .

2 - أوجد الخواص التالية : سؤال غير دقيق !! (المطلوب مميزات شعاعي السرعة والتسارع)

حسب السلم المعطى ، فإن : 4,5 cm على الرسم يوافق 1 m على الواقع .

وبالتالي 1 cm → 0,22 m

أ) طولية السرعة اللحظية في الموضع G_2 تعطى بالعلاقة :

$$v_2 = \frac{G_1 G_3}{2\tau} = \frac{1,7 \times 0,22}{0,08} = 4,7 \text{ m/s}$$

طولية السرعة اللحظية في الموضع G_4 تعطى بالعلاقة :

$$v_4 = \frac{G_3 G_5}{2\tau} = \frac{1,6 \times 0,22}{0,08} = 4,4 \text{ m/s}$$

نستعمل السلم 1 cm → 1 m/s لتمثيل شعاعي السرعتين في G_2 و G_4 .

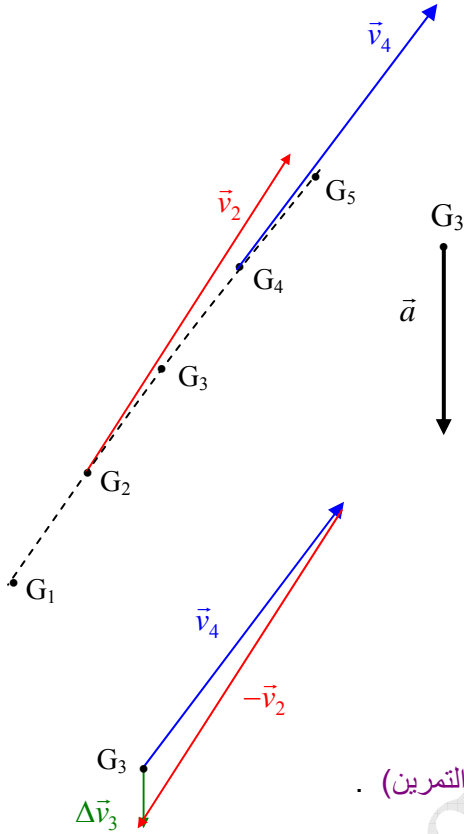
نلاحظ أن للشعاع $\Delta \vec{v}_3$ نفس اتجاه وجهة تسارع الجاذبية الأرضية \vec{g} .

طولية الشعاع $\Delta \vec{v}_3$ هي $\Delta v_3 = 0,8 \times 1 = 0,8 \text{ m/s}$

$$a = \frac{\Delta v_3}{2\tau} = \frac{0,8 \times 1}{0,08} = 10 \text{ m/s}^2$$

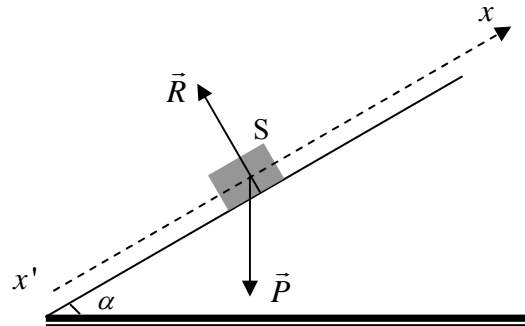
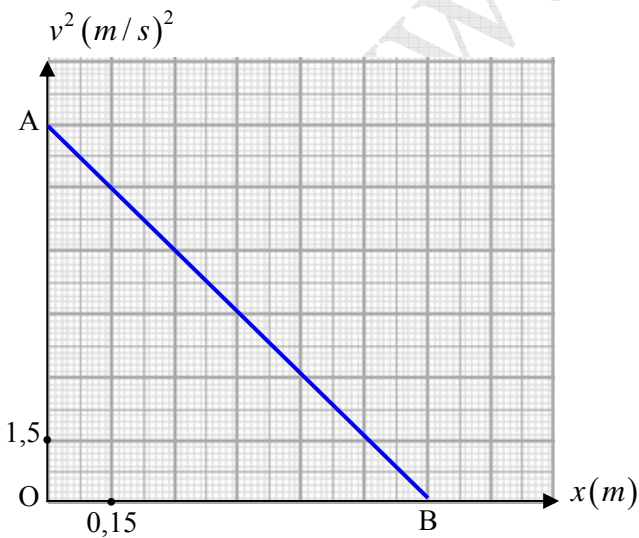
نمثل التسارع منفصلا عن الشكل لضيق المكان ، ونمثل كل 4 m/s² بـ 1 cm

3 - المقارنة بين a و g : نلاحظ أن التسارع $a = g$ (رغم أن g لم يُعطى في التمرين) .



التمرين 40

1 - أ) دراسة حركة الجسم S .



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}$ ، وبإسقاط هذه العلاقة

على المحور x' : $-P \sin \alpha = m a$ ، ومنه $a = -g \sin \alpha$

بما أن التسارع ثابت وسالب فإن الحركة متباطئة بانتظام (شعاع السرعة موجه في جهة x') .

ب) العلاقة النظرية هي : $v^2 - v_0^2 = 2a x$ ، حيث x هي المسافة المقطوعة لبلوغ السرعة v .

العلاقة التجريبية من الشكل : $v^2 = bx + c$ ، وبمطابقة العلاقة النظرية والعلاقة التجريبية نجد :

$$c = v_0^2 \text{ و } b = -2g \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{-10}{-2g} = \frac{10}{20} = 0,5 \text{ نجد : } b = -\frac{OA}{OB} = -\frac{6 \times 1,5}{6 \times 0,15} = -10$$

$$\text{ومنه : } \alpha = 30^\circ$$

$$\text{من البيان لدينا } c = 6 \times 1,5 = 9 \text{ ، وبالتالي } v_0^2 = 9 \text{ ، ومنه } v_0 = 3 \text{ m/s}$$

2 - أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على حركة الجسم (S) :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \vec{a}'$$

$$a' = -g \sin \alpha - \frac{f}{m} \text{ ، ومنه } -P \sin \alpha - f = m a'$$

ب) بتطبيق نظرية الطاقة الحركية : $E_c - E_{c,0} = \sum W$

$$\left(\vec{R} \perp x'x \text{ لأن معدوم } \vec{R} \text{ عمل} \right) \quad \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -fx - mgh$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -fx - mg x \sin \alpha$$

$$f = 0,125 \text{ N} \quad , \quad 0,2 - \frac{1}{2} \times 0,1 \times 9 = -f \times 0,4 - 0,1 \times 10 \times 0,4 \times 0,5$$

ملاحظة : يمكن إيجاد f بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بحيث نحسب التسارع من العلاقة $v^2 - v_0^2 = 2ax$ ، أما v^2 نستخرجها من

الطاقة الحركية $(E_c = \frac{1}{2}mv^2)$ ، ثم نعوض هذا التسارع في عبارة f التي نجدها بإسقاط العلاقة الشعاعية .

التمرين 41

1 - أ) بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين النقطتين A و B

$$(v_A = 0) \quad \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh$$

$$h = \frac{v_B^2}{2g} = \frac{100}{20} = 5 \text{ m} \text{ ، ومنه } v_B^2 = 2gh$$

ب) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين A و B

$$\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a} \text{ ، وإسقاط هذه العلاقة على المحور الموضح في الشكل :}$$

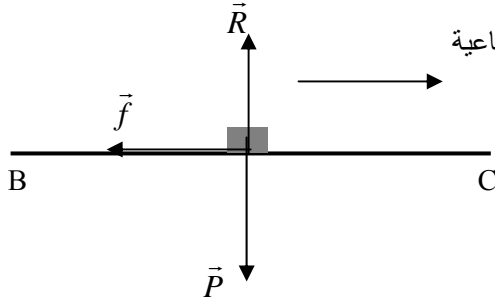
$$P \sin \alpha = m a \text{ ، ومنه } a = g \sin \alpha \text{ ، وبما أن التسارع ثابت وموجب فإن الحركة}$$

متسارعة بانتظام .

$$\text{ج) لحساب التسارع نطبق العلاقة : } v_B^2 - v_A^2 = 2a(AB) \text{ ، ومنه :}$$

$$a = \frac{v_B^2}{2AB} = \frac{100}{2 \times 10} = 5 \text{ m/s}^2 \text{ ، أو نحسبه من العلاقة } a = g \sin \alpha \text{ ، حيث } \sin \alpha = \frac{5}{10}$$

2 - أ) القوى المطبقة على الجسم S :



ب) نطبق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{R} = m \vec{a}'$ ، وبإسقاط العلاقة الشعاعية

$$(1) \quad a' = \frac{-f}{m} \quad \text{ومنه} \quad -f = m a$$

على المحور الموضح في الشكل : التسارع a ثابت ، إذن الحركة متغيرة بانتظام .

$$a' = \frac{v_C^2 - v_B^2}{2(BC)} = \frac{9 - 100}{2 \times 22,75} = -2 \text{ m/s}^2$$

بالتعويض في العلاقة (1) نحسب شدة قوة الاحتكاك ، $f = -m a' = -0,1 \times (-2) = 0,2 \text{ N}$ ،

3 - أ) عبارة السرعة في النقطة N :

ملاحظة : في الحقيقة ، وما دام الجسم يملك سرعة أفقية في النقطة C ، يمكن أن يغادر المسار في النقطة C (قذيفة بسرعة أفقية) لكن يمكن أن نقبل ما تبقى من التمرين لسبب واحد ، وهو أن نصف قطر المسار الدائري كبير ($r = 3 \text{ m}$) ، وبهذا يمكن أن يكون مسار القذيفة (القطع المكافئ) يقع أسفل المسار الدائري ، مما يجعل الجسم يبقى لمسار الدائري أثناء حركته ويغادره لاحقا . بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين النقطتين C و N .

$$\frac{1}{2} m v_N^2 - \frac{1}{2} m v_C^2 = mgh$$

في نقطة وجود الجسم لعدم وجود احتكاك على المسار الدائري . ($OD = OC = ON = r$)

$$(2) \quad v_N^2 = 2gh + v_C^2$$

مقدار الارتفاع الذي نزل به الجسم هو $h = r - x$

$$\text{ولينا} \quad x = r \sin \beta \quad \text{، ومنه} \quad h = r - r \sin \beta = r(1 - \sin \beta)$$

وبالتعويض في العلاقة (2) :

$$(3) \quad v_N^2 = 2g r(1 - \sin \beta) + 9$$

ب) حساب الزاوية β :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم في النقطة N : (\vec{a} هو التسارع عند N) .

$$\vec{R} + \vec{P} = m \vec{a}$$

$$P \sin \beta - R = m a_n$$

$$\text{حيث} \quad a_n = \frac{v_N^2}{r} \quad \text{هو التسارع الناطمي}$$

$$P \sin \beta - R = m \frac{v_N^2}{r} \quad \text{، وبالتعويض عبارة} \quad v_N^2 \quad \text{من العلاقة (3) ، نكتب :}$$

$$(4) \quad P \sin \beta - R = m \frac{2g r(1 - \sin \beta) + 9}{r}$$

في اللحظة التي يغادر فيها الجسم المسار تنعدم قوة رد الفعل ، لأن الجسم لا يصبح يمس المسار ، نضع $R = 0$ في (4)

ونجد : $3 \sin \beta = 2,3$ ، ومنه $\sin \beta = 0,766$ ، وبالتالي $\beta = 50^\circ$.

التمرين 42

في هذا التمرين حدث ما يلي : أخذ اللاعب الكرة بيده وقذفها نحو الأعلى شاقوليا ، ولما ارتفعت بمقدار 0,40 m (وهو أعلى إرتفاع وصلت إليه ، أي انعدام سرعتها) ضربها بواسطة المضرب فأعطاه سرعة ابتدائية أفقية \vec{v}_0 .

1 - نحسب السرعة v_1 التي أعطاهها اللاعب للكرة بيده :

تأثير الهواء مهم ، إذن الجسم لا يخضع إلا لقوة ثقله $\vec{P} = m \vec{a}$ ، وبالإسقاط على Oz نجد :

$a = -g$ ، ومنه الحركة متباطئة بانتظام ، ولحساب طويلة السرعة v_1 نطبق العلاقة :

$$v_1 = \sqrt{2g(AB)} = \sqrt{2 \times 9,8 \times 0,4} = 2,8 \text{ m/s} \text{ ، ومنه } v_B = 0 \text{ ، ولدينا } v_B^2 - v_1^2 = -2g(AB)$$

- 2

لم نحترم سلم الرسم في هذا التمثيل

من أجل أن يكون الشكل واضحا .

اخترنا المعلم (Bx, Bz) لدراسة

حركة الكرة .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$m \vec{g} = m \vec{a} \text{ ، } \vec{P} = m \vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

إحداثيات شعاع التسارع هما $\vec{a}(0, g)$ ، ومنه الحركة على المحور Bx منتظمة ، وعلى المحور Bz متغيرة بانتظام .

إحداثيات شعاع السرعة الابتدائية هما $\vec{v}_0(v_0, 0)$.

نعتبر اللحظة $t = 0$ هي لحظة ضرب الكرة بالمضرب .

(1) $x = v_0 t$: المعادلة الزمنية على المحور Bx

(2) $z = \frac{1}{2} g t^2$: المعادلة الزمنية على المحور Bz

(3) $z = \frac{g}{2v_0^2} x^2$: نستخرج عبارة الزمن من المعادلة (1) ونعوّضه في المعادلة (2) نجد معادلة المسار

- 3

تمر الكرة في النقطة C ذات الإحداثيات $(12 \text{ m} , 1 \text{ m})$ ، حيث $z_C = (0,9 + 0,1) = 1 \text{ m}$

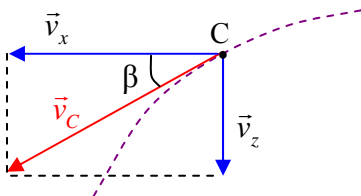
النقطة C تنتمي لمسار الكرة ، وبالتالي إحداثياتها تحقق معادلة المسار ، نعوّض $x = 12$ ، $z = 1 \text{ m}$ في المعادلة (3)

$$v_0 = 26,5 \text{ m/s} \text{ ، ومنه } 1 = \frac{g}{2v_0^2} \times (12)^2$$

منحى شعاع السرعة :

المقصود بمنحى شعاع السرعة هو إيجاد الزاوية β بين شعاع السرعة في النقطة C

ومحور الفواصل Bx ، أي بين \vec{v}_C و \vec{v}_x .



$$(4) \quad \cos \beta = \frac{v_x}{v_C} \quad \text{لدينا}$$

نحسب طويلة شعاع السرعة v_C في النقطة C ، وذلك بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين النقطتين B و C .

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \quad \text{حيث } h = 1 \text{ m (أي } h = 2 - 1 = 1 \text{ m)} \text{ و } v_B \text{ هي } v_0 .$$

$$v_C = \sqrt{v_B^2 + 2gh} = \sqrt{(26,5)^2 + 2 \times 9,8 \times 1} = 26,8 \text{ m/s}$$

بالتعويض في العلاقة (4) :

$$\cos \beta = \frac{26,5}{26,8} = 0,988 \quad \text{ومنه } \beta = 8,6^\circ \quad \text{(مع العلم أن } v_x \text{ هي } v_0 \text{ لأن الحركة منتظمة على } Ox)$$

التمرين 43

المستوي الذي ندرس فيه حركة الكرة هو المستوي الشاقولي (Ox, Oy) .

1 - معادلة مسار الكرة :

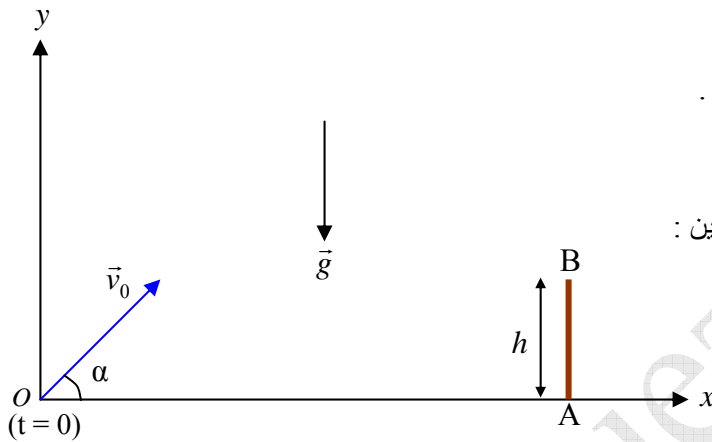
نطبق القانون الثاني لنيوتن ، مع العلم أن الهواء لا يؤثر على الكرة .

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

، وبتعويض $\vec{P} = m \vec{a}$ بـ $m \vec{g}$ واختصار m من الطرفين :

$$\vec{a} = \vec{g}$$

مركبتا شعاع التسارع في المعلم هما $\vec{a}(0, -g)$



مركبتا شعاع السرعة الابتدائية هما $\vec{v}_0(v_0 \cos \alpha, v_0 \sin \alpha)$

بما أن التسارع على المحور Ox معدوم ، إذن الحركة على هذا المحور منتظمة ، وسرعتها $v_x = v_0 \cos \alpha$ ، وبالتالي :

$$(2) \quad x = v_0 \cos \alpha t$$

بما أن التسارع على المحور Oy ثابت ، إذن الحركة على هذا المحور متغيرة بانتظام ، وبالتالي :

$$(3) \quad y = -\frac{1}{2}g t^2 + v_0 \sin \alpha t$$

من العلاقة (2) نستخرج $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$ ، ثم نعوض عبارة الزمن في العلاقة (3) ونجد معادلة المسار :

$$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha . \quad \text{وهي معادلة قطع مكافئ .}$$

2 - الكرة نقطة مادية ، فهي تشغل النقطة B من المسار في اللحظة t . إحداثيات B هما $(25 \text{ m}, 2,44 \text{ m})$

نعوض هاتين القيمتين في معادلة المسار فنجد $v_0 = 18,6 \text{ m/s}$

3 - لكي نحسب طويلة شعاع سرعة الكرة عند النقطة B نطبق نظرية الطاقة الحركية بين النقطتين B و O

$$، \quad v_B^2 = -2g h + v_0^2 \quad \text{ومنه} \quad \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mg h$$

$$v_B = \sqrt{-2g h + v_0^2} = \sqrt{-2 \times 10 \times 2,44 + (18,6)^2} = 17,2 \text{ m/s}$$

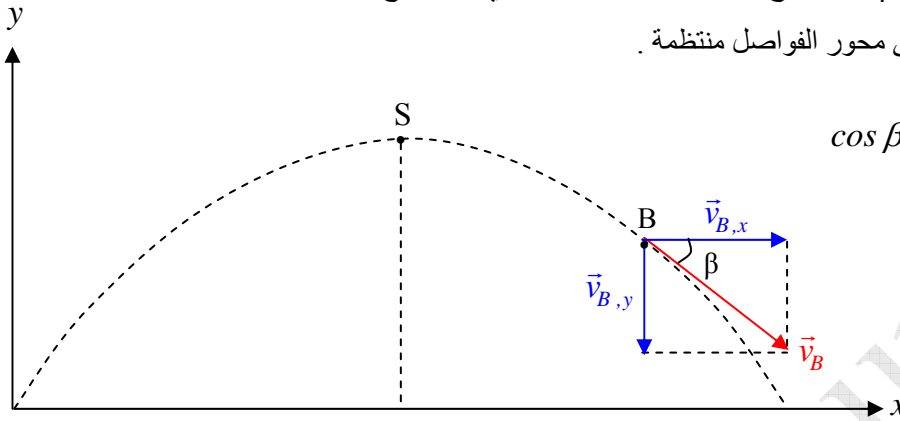
4 - فاصلة المدى : $x_P = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{(18,6)^2 \times \sin 60}{10} \approx 30 \text{ m}$ ، وبما أن فاصلة الذروة هي نصف فاصلة المدى

أي $x_S = 15 \text{ m}$ ، إذن عمود المرمى يوجد على يمين الذروة (S) ، وبالتالي يكون شعاع السرعة متجه نحو الأسفل .

لكي نحدد منحى شعاع السرعة ، نحسب الزاوية β بين شعاع السرعة والمحور Ox ، أي بين شعاع السرعة والمركبة الأفقية لها . مع العلم أن $v_{B,x} = v_0 \cos \alpha$ لأن الحركة على محور الفواصل منتظمة .

$$\cos \beta = \frac{v_0 \cos \alpha}{v_B} = \frac{18,6 \times \cos 30}{17,2} = 0,936$$

$$\text{ومنه } \beta = 20,6^\circ$$



التمرين 44

1 - نعتبر أن الكرة نقطة مادية ، ونعتبر السلة كذلك نقطة (A) من نقط مسار الكرة .

ندرس حركة الكرة في المعلم (Ox, Oz) .

نطبق القانون الثاني لنيوتن ، مع العلم أن الهواء لا يؤثر على الكرة .

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{P} = m \vec{a} \quad , \quad \text{وبتعويض } \vec{P} \text{ بـ } m \vec{g} \text{ واختصار } m \text{ من الطرفين :}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

مركبتا شعاع التسارع في المعلم هما $\vec{a}(0, -g)$

مركبتا شعاع السرعة الابتدائية هما $\vec{v}_0(v_0 \cos \theta_0, v_0 \sin \theta_0)$

بما أن التسارع على المحور Ox معدوم ، إذن الحركة على هذا

المحور منتظمة ، وسرعتها $v_x = v_0 \cos \theta_0$ ، وبالتالي :

$$(2) \quad x = v_0 \cos \theta_0 t$$

(3) بما أن التسارع على المحور Oz ثابت ، إذن الحركة على هذا المحور متغيرة بانتظام : $z = -\frac{1}{2}g t^2 + v_0 \sin \theta_0 t$

$$z = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2 + x \operatorname{tg} \theta_0 \quad \text{نجد معادلة المسار (2) و (3)}$$

النقطة A ذات الإحداثيات (L, h) تحقق معادلة المسار ، أي $h = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} L^2 + L \tan \theta_0$

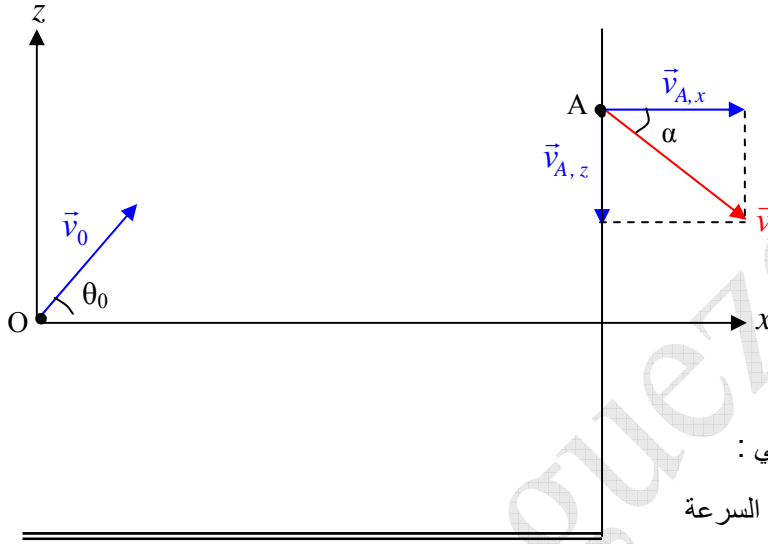
بقسمة طرفي المعادلة على L ، نكتب : $\frac{h}{L} = \frac{-gL}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} + \tan \theta_0$

$$(4) \quad v_0^2 = \frac{gL}{2 \cos^2 \theta_0 \left(\tan \theta_0 - \frac{h}{L} \right)} \quad \text{، ومنه :} \quad \frac{gL}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} = \tan \theta_0 - \frac{h}{L}$$

2 - العلاقة المعطاة $\left(\alpha = \frac{2h}{L - \tan \theta_0} \right)$ خاطئة : في المقام لا نطرح عددا مجردا من الوحدة من طول : $\tan \theta_0$ مجرد من

الوحدة ، أما L وحدته المتر (m) .

العلاقة الصحيحة : المقصود من السؤال هو الزاوية α التي يصنعها شعاع سرعة الكرة مع المحور الأفقي .



$\tan \alpha = \frac{v_{A,z}}{v_{A,x}}$ ، وبترتيب طرفي هذه العلاقة ، نكتب :

$$(5) \quad \tan^2 \alpha = \frac{v_{A,z}^2}{v_{A,x}^2}$$

$$(6) \quad v_{A,x} = v_0 \cos \theta_0 \quad \text{لدينا}$$

لأن الحركة منتظمة على المحور Ox ، أي السرعة ثابتة .

لدينا كذلك الحركة متغيرة بانتظام على المحور Oz ، وبالتالي :

$$v_{A,z}^2 - v_0^2 \sin^2 \theta_0 = -2gh \quad \text{طبّقنا العلاقة : مربع السرعة}$$

النهائية ناقص مربع السرعة الابتدائية يساوي ضعف التسارع في المسافة من O إلى الذروة ، ثم من الذروة إلى A وجمعنا العلاقتين . مع العلم أن $v_{z,S} = 0$ (تتعدم السرعة على المحور Oz عند الذروة)

$$(7) \quad v_{A,z}^2 = v_0^2 \sin^2 \theta_0 - 2gh \quad \text{ومنه}$$

بتعويض العلاقتين (6) و (7) في العلاقة (5) ، نكتب : $\tan^2 \alpha = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0 - 2gh}{v_0^2 \cos^2 \theta_0}$

$$(8) \quad \tan^2 \alpha = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{v_0^2 \cos^2 \theta_0} - \frac{2gh}{v_0^2 \cos^2 \theta_0}$$

ولدينا من العلاقة (4) : $v_0^2 \cos^2 \theta_0 = \frac{gL}{2 \left(\tan \theta_0 - \frac{h}{L} \right)}$ ، وبالتعويض في العلاقة (8) :

$$tg^2 \alpha = tg^2 \theta_0 - \frac{2gh}{gL} = tg^2 \theta_0 - \frac{4h \left(tg \theta_0 - \frac{h}{L} \right)}{L} = tg^2 \theta_0 - \frac{4h}{L} \times tg \theta_0 + 4 \frac{h^2}{L^2} = \left(tg \theta_0 - 2 \frac{h}{L} \right)^2$$

هذه العلاقة الأخيرة عبارة عن متطابقة شهيرة ، أي : $tg^2 \alpha = \left(tg \theta_0 - \frac{2h}{L} \right)^2$ ، ومنه : $tg \alpha = \mp \left(tg \theta_0 - \frac{2h}{L} \right)$

$$\begin{cases} tg \alpha = tg \theta_0 - \frac{2h}{L} & (1) \\ tg \alpha = \frac{2h}{L} - tg \theta_0 & (2) \end{cases}$$

نعلم أن في نقطتين من المسار واقعيتين على استقامة واحدة تكون للسرعة نفس القيمة ، معنى هذا أن $v_A < v_0$ ، وبالتالي تكون $\alpha < \theta_0$ ، أي $tg \alpha < tg \theta_0$ ، وبالتالي المعادلة (2) مرفوضة (على عكس ما أعطي في التمرين) .

3 - لدينا معادلة المسار هي : $z = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2 + x tg \theta_0$ ، وبالتعويض $z = 1 \text{ m}$ و $\theta_0 = 45^\circ$ ، نجد :

$$(9) \quad \frac{10}{v_0^2} x^2 - x + 1 = 0 \quad \text{ومنه} \quad 1 = -\frac{10}{v_0^2} x^2 + x$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{40}{v_0^2}}}{\frac{20}{v_0^2}} \quad \text{ونحل هذه المعادلة من الدرجة الثانية بالنسبة لـ } x \text{ نجد :}$$

نلاحظ في هذه العبارة أن x معرف من أجل $v_0^2 > 40$ ، وبالتالي $v_0 > 6,32 \text{ m/s}$ من أجل كل قيمة لـ $v_0 > 6,32 \text{ m/s}$ يمكن تسجيل الهدف .

من أجل $v_0 = 6,32 \text{ m/s}$ ، نعوض في العلاقة (9) نجد $x = 2 \text{ m}$.

يجب على اللاعب أن لا يقترب أكثر من 2 m نحو السلة بزيادة أو نقصان القيمة 22 cm ، وإلا لا يمكنه تسجيل الهدف .

مركز عطالة الكرة داخل السلة بإمكانه أن يتحرك على خط طوله $l = 46 - 24 = 22 \text{ cm}$

ملاحظة : في السؤال المطروح ، يجب أن نقول : ما هي أقل مسافة عن الشاقول المار من السلة حتى يتمكن اللاعب من تسجيل الهدف ...