ثانوية ساجي مختار السمار-غليزان

السنة الدراسية : $2018 - 2019$
اليوم :
المدة : 3 ساعة

المستوى : السنة الأولى ج.م.ع و تكنولوجيا
المحور : العبارات الجبرية.
موضوع الحصة : حل معادلة من الشكل ax^2+bx+c

المكتسبات القبليـة : حل معادلات من الدرجة الثانية يؤول حلها إلى معادلة من الدرجة الأولى
الكفاءات المستهدفة : الشكل النموذجي لثلاثي الحدود ax^2+bx+c ، حل المعادلة $ax^2+bx+c=0$ ، تحليل العبارة ax^2+bx+c
المراجع : الكتاب المدرسي ، مراجع، الأنترنت

المراحل	عناصر الدرس	المدة

نـــــشاط مقترح (1)

مرحلة الإنطلاق

نعتبر المعادلة : $ax^2+bx+c=0$ مع $a\neq 0$

1. تحقق أن : $x^2+bx=\left(x+\frac{b}{2}\right)^2-\frac{b^2}{2^2}$
2. بين أن : $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{(b^2-4ac)}{4a^2}\right]$
3. حلل العبارة ax^2+bx+c إلى جداء عاملين تبعا لإشارة العدد b^2-4ac
4. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $ax^2+bx+c=0$ في حالة $b^2-4ac=0$ و $b^2-4ac>0$
واشرح لماذا لا يوجد حل للمعادلة في حالة $b^2-4ac<0$

مناقشة النشاط

بناء معارف

1. التحقق :

$$\left(x+\frac{b}{2}\right)^2-\frac{b^2}{2^2}=x^2+\frac{b^2}{2^2}-bx-\frac{b^2}{2^2}=x^2+bx$$ ومنه : $$x^2+bx=\left(x+\frac{b}{2}\right)^2-\frac{b^2}{2^2}$$

2. التبيان أن : $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{(b^2-4ac)}{4a^2}\right]$

$$ax^2+bx+c=a\left[x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right]=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2}\right]$$
$$=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$$

نضع $\Delta=b^2-4ac$ ومنه فإن الشكل النموذجي للعبارة ax^2+bx+c هو

$$a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

3. تحليل العبارة ax^2+bx+c

الحالة ① $\Delta>0$:

$$ax^2+bx+c=a\left[(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]=a\left((x+\frac{b}{2a})-\sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}\right)\left((x+\frac{b}{2a})+\sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}\right)$$

الحالة ② $\Delta=0$:

$$ax^2+bx+c=a\left[(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{0}{4a^2}\right]=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}\right)$$

الحالة ③ $\Delta < 0$: لايمكن التحليل :

بناء معرفي

4 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $ax^2+bx+c=0$ حسب إشارة : Δ

الحالة ① $\Delta > 0$:

$ax^2+bx+c=0$ معناه $a\left((x+\frac{b}{2a})-\sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}\right)\left((x+\frac{b}{2a})+\sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}\right)=0$

ومنه $\left((x+\frac{b}{2a})-\sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}\right)=0$ أو $\left((x+\frac{b}{2a})+\sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}\right)=0$

ومنه : $x+\frac{b}{2a}=\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$ أو $x+\frac{b}{2a}=\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$ ومنه : $x=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ أو $x=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ و منه يوجد حلين متمايزين حيث : $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

الحالة ② $\Delta = 0$:

$ax^2+bx+c=0$ معناه $\left(x+\frac{b}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}\right)=0$ ومنه : $x+\frac{b}{2a}=0$ أو $x+\frac{b}{2a}=0$

ومنه : $x=-\frac{b}{2a}$ أو $x=-\frac{b}{2a}$ ومنه يوجد حل مضاعف للمعادلة $ax^2+bx+c=0$ حيث : $x=-\frac{b}{2a}$

الحالة ② $\Delta < 0$:

$ax^2+bx+c=0$ معناه : $(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{\Delta}{4a^2}=0$ ومنه $(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{\Delta}{4a^2}$

نعلم أن $(x+\frac{b}{2a})^2 \geq 0$ و $\frac{\Delta}{4a^2}<0$ وهذا تناقض و منه المعادلة $ax^2+bx+c=0$ لا تقبل حل في $\mathbb{R}$

نتـــــائج

❶ تسمى الكتابة $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{(b^2-4ac)}{4a^2}\right]$ الشكل النموذجي لثلاثي الحدود ax^2+bx+c

❷ إذا كان $\Delta > 0$ فإن المعادلة $ax^2+bx+c=0$ حيث $a \neq 0$ تقبل حلين متمايزين x_1 و x_2 حيث : $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

❸ إذا كان $\Delta = 0$ فإن المعادلة تقبل حلا مضاعفا x_0 حيث : $x_0=-\frac{b}{2a}$

❹ إذا كان $\Delta < 0$ فإن المعادلة لا تقبل حل

تطبيق (1)

✍ أعط الكتابة النموذجية لكل من x^2+2x-2 ، $2x^2-12x+18$ ، x^2-x+2

✍ حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية : $x^2+2x-2=0$ ، $2x^2-12x+18=0$ ، $x^2-x+2=0$

التقويم

تحليل العبارة ax^2+bx+c $(a \neq 0)$:

نتـــــائج

❶ لتكن العبارة ax^2+bx+c مع $a \neq 0$ و Δ مميزها :

❶ إذا كان $\Delta < 0$ فإن العبارة : ax^2+bx+c لا تقبل تحليلا .

❶ إذا كان $\Delta = 0$ فإن: $ax^2+bx+c=a(x+\frac{b}{2a})^2$

❶ إذا كان $\Delta > 0$ فإن:

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$$

مـــثال ....

تطبيق رقــ {61} ـــم صفـ {138} ـحة

مـــلاحظة حول سير الحصة ....