

الكفاءات المستهدفة

- 1- إنشاء مرجع نقطتين .
- 2- إنشاء مرجع ثلاث نقط (خاصية التجميع) .
- 3- حساب إحداثيات المرجع .
- 4- توظيف المرجع لإثبات إستقامية نقط أو تلاقي مستقيمت
- 5- توظيف المرجع لدراسة مجموعة نقط و تعيينها و إنشائها .

الدرس

تمارين و مشكلات

الحلول

$$(\quad) : \underline{1}$$

$$(O; \vec{i}, \vec{j})$$

: A, B, C, D

$$\left(4; -\frac{1}{2}\right); (1; 1); (0; -2); (3; 0)$$

: M' M

$$M' = f(M) : \vec{MM'} = \vec{MO} + 2 \vec{MA}$$

: B', C', D' (1)

$$B' = f(B) ; C' = f(C) ; D' = f(D)$$

$$. (BB') ; (CC') ; (DD') (2)$$

$$. I (BB') ; (CC') ; (DD') (3)$$

. I (

$$. I' = f(I) : I' ($$

$$. \vec{MM'} = \vec{0} : M ($$

: —

$$\vec{BB'} = \vec{BO} + 2\vec{BA} ; \vec{CC'} = \vec{CO} + 2\vec{CA} (1)$$

$$\vec{DD'} = \vec{DO} + 2\vec{DA}$$

(2

$$I(2; 0) (-3$$

$$\vec{II'} = \vec{IO} + 2\vec{IA} ($$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{IA}$$

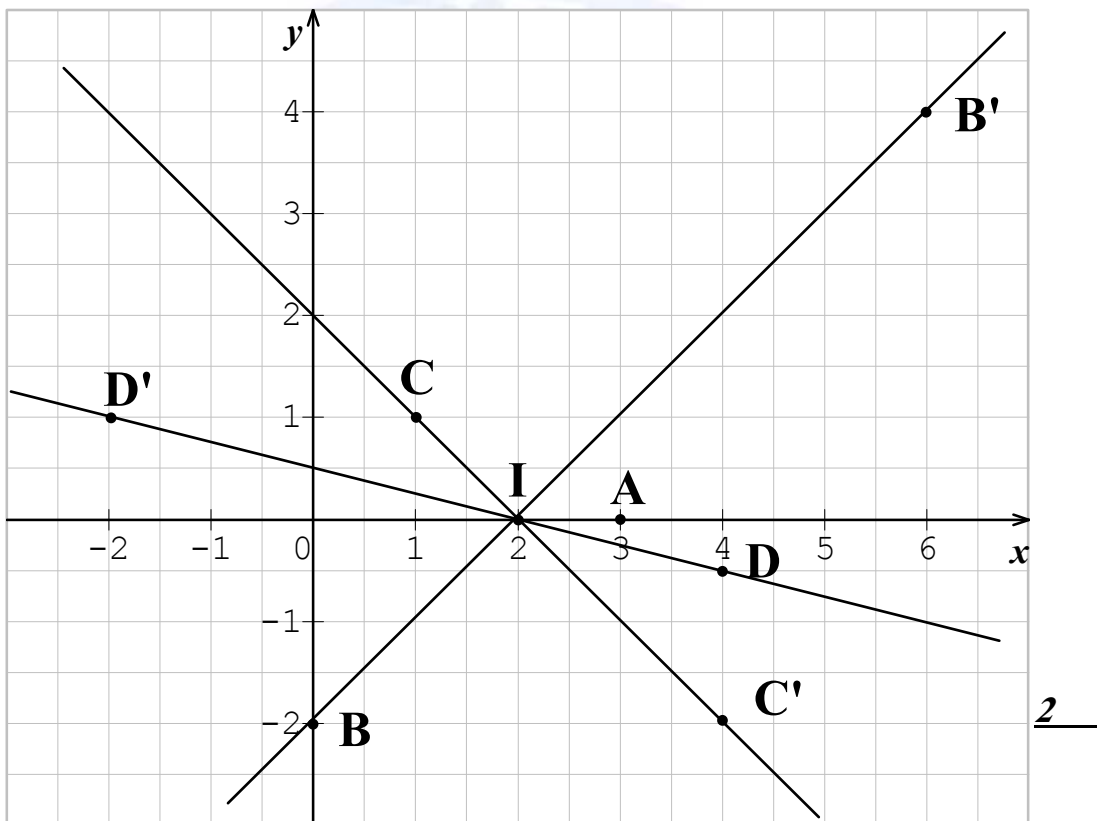
$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{IO}$$

$$\vec{II'} = \vec{0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2+2 \\ 0+0 \end{pmatrix} : \vec{II'}$$

$$\begin{aligned} \vec{MO} + 2\vec{MA} &= \vec{0} : \quad \vec{MM'} = \vec{0} \quad (\\ \vec{MO} + 2\vec{MA} + 2\vec{OA} &= \vec{0} : \\ \vec{OM} &= -\frac{2}{3} \vec{OA} : \end{aligned}$$

$$. I \quad f(M) = M : \quad M :$$



$$\begin{aligned} \vec{MM''} &= \vec{MO} - 2\vec{MA} : \quad \vec{M''} = g(M) \\ . (BB'') ; (CC'') ; (DD'') & \quad J \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{BB'} &= \vec{BO} - 2\vec{BA} ; \quad \vec{CC''} = \vec{CO} - 2\vec{CA} \quad (1) \\ \vec{DD''} &= \vec{DO} - 2\vec{DA} \end{aligned}$$

$$: \quad (2)$$

$$J(6; 0) \quad (-3)$$

$$\begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{JO} \quad \vec{JJ''} = \vec{JO} - 2\vec{JA} \quad ($$

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{JA} \quad \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{JA}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} -6 - 2(-3) \\ 0 - 2 \times 0 \end{pmatrix} \quad \vec{JJ''}$$

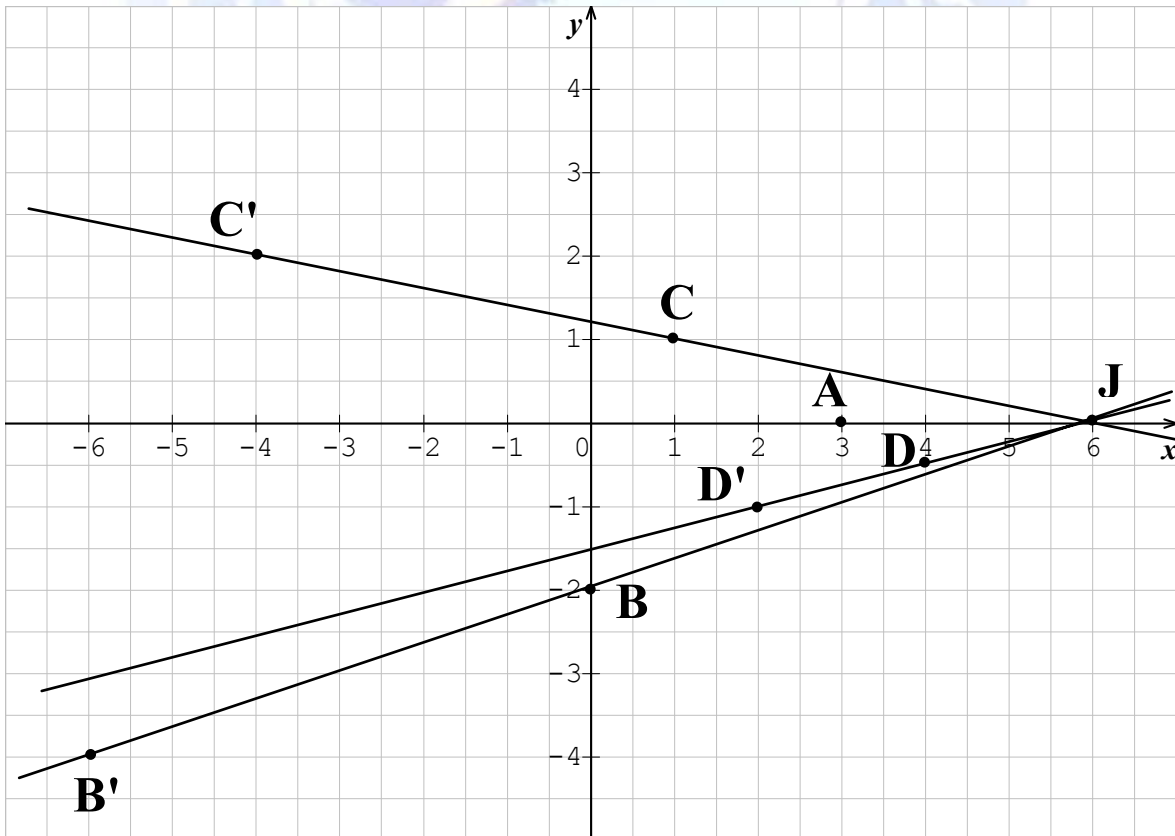
$$\vec{J''} (6 ; 0) \quad \vec{J''} \quad \vec{JJ''} = \vec{O} :$$

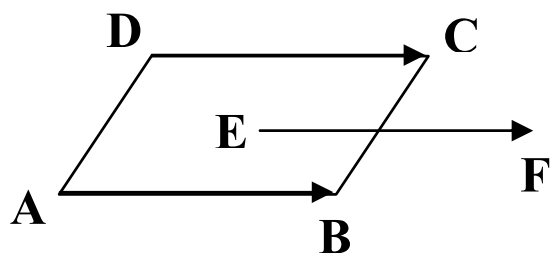
$$\vec{MO} - 2\vec{MA} = \vec{0} : \quad \vec{MM''} = \vec{O} ($$

$$\vec{MO} - 2\vec{MO} - 2\vec{OA} = \vec{0} :$$

$$: \quad \vec{M} \quad -\vec{MO} - 2\vec{OA} = \vec{0} :$$

$$. \vec{J} \quad . g(M) = M$$





$$\vec{AB} = \vec{CD} = \vec{EF} = \dots$$

\vec{U} :

$$A = B :$$

$$\vec{AB} = \vec{0} .$$

B

A

$$\vec{AB} = \vec{0} :$$

\vec{AB}

\vec{AB}

$$AB = \|\vec{AB}\| :$$

$$: \text{-----} -2$$

$$: \text{-----} (1)$$

$$\vec{AB} = \vec{V} ; \vec{AB} = \vec{U}$$

$$(\quad) \vec{U} + \vec{V} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} :$$

$$: \text{-----} (2)$$

\vec{U} و \vec{V}

$k' ; k$

$$\vec{U} = \vec{0} \quad k=0 : \quad k\vec{U} = \vec{0} ($$

$$k(\vec{U} + \vec{V}) = k\vec{U} + k\vec{V} ($$

$$(k + k') \vec{U} = k\vec{U} + k'\vec{U} ($$

$$k(k'\vec{U}) = (k \times k')\vec{U} ($$

$$(\quad) : 1 \text{-----}$$

$$\vec{U} = \vec{CA} + \vec{BD} - 2\vec{DA} + 4\vec{AB}$$

: —

$$\vec{U} = (\vec{CB} + \vec{BA}) + (\vec{BA} + \vec{AD}) - 2\vec{DA} + 4\vec{AB}$$

$$\vec{U} = \vec{CB} + 2\vec{AB} + 3\vec{AD} :$$

$$\vec{CB} = \vec{DA} :$$

$$\vec{U} = 2\vec{AD} + 2\vec{AB} = 2(\vec{AD} + \vec{AB}) :$$

$$\vec{AD} + \vec{AB} = \vec{AC} :$$

$$\vec{U} = 2\vec{AC} :$$

: 2 ____

$$\vec{C'} [\vec{AC}] \quad \vec{B'} [\vec{BC}] \quad \vec{A'} \quad . \quad \vec{ABC} \\ . [\vec{AB}]$$

$$\vec{AB'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = \vec{O} :$$

$$\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = (\vec{AB} + \vec{BA'}) + (\vec{BC} + \vec{CB'}) + (\vec{CA} + \vec{AC'})$$

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{AA} = \vec{O} :$$

$$\vec{BA'} = \frac{1}{2} \vec{BC} ; \vec{CB'} = \frac{1}{2} \vec{CA} ; \vec{AC'} = \frac{1}{2} \vec{CA} :$$

$$\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = \frac{1}{2} (\vec{BC} + \vec{CA} + \vec{AB}) :$$

$$\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = \frac{1}{2} \vec{0} = \vec{0} :$$

() : 3 ____

. ABC

:

$$2\vec{AM} - 3\vec{AB} + 4\vec{MC} = \vec{BC}$$

. M -

: ____

$$\vec{2AM} - 3\vec{AB} + 4\vec{MC} = \vec{BC} :$$

$$2\vec{AM} + 4\vec{MC} = \vec{BC} + 3\vec{AB}$$

$$2\vec{AM} + 4(\vec{MC} + \vec{AC}) = \vec{BC} + 3\vec{AB} \quad :$$

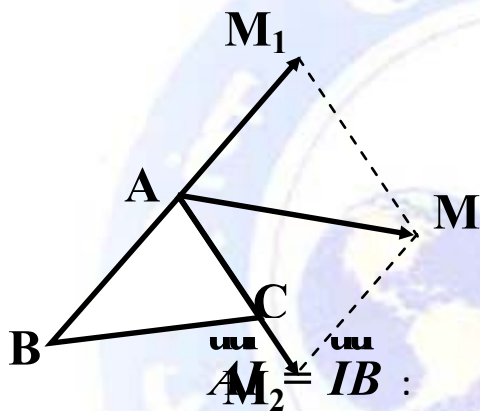
$$-2\vec{AM} = \vec{BC} + 3\vec{AB} - 4\vec{AC}$$

$$-2\vec{AM} = \vec{BA} + \vec{AC} + 3\vec{AB} - 4\vec{AC}$$

$$-2\vec{AM} = 2\vec{BA} - 3\vec{AC}$$

$$\vec{AM} = \vec{AM}_1 + \vec{AM}_2 \quad :$$

$$\vec{AM}_1 = -\vec{AB} \quad ; \quad \vec{AM}_2 = \frac{3}{2} \vec{AC} \quad :$$



_____ (4)

$$\vec{AM}_2 \cong \vec{IB} \quad :$$

$$[\vec{AB}]$$

$$\vec{I} \quad : \quad \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{O}$$

$$\vec{AI} = \frac{1}{2} \vec{AB}$$

_____ (5)

$$\vec{V} \text{ و } \vec{U}$$

$$\vec{V} ; \vec{U} \quad : \quad \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\vec{U} = k \cdot \vec{V} \quad : \quad k$$

$$\vec{O}$$

_____ (6)

_____ ()

A , B , C

$$\vec{AC} \text{ و } \vec{AB}$$

_____ (7)

$$(\vec{O} ; \vec{i} , \vec{j})$$

$$\vec{OA} = x_A \vec{i} + y_A \vec{j} \quad : \quad A \quad (x_A ; y_A) : \underline{\hspace{1cm}}$$

$$: \quad B(x_B; y_B) ; A(x_A; y_A) : \quad (1)$$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

$$\vec{V} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad \text{و} \quad \vec{U} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$(y = y' \quad x = x') \quad \vec{U} = \vec{V} :$$

$$\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix} : \quad \vec{U} + \vec{U}' \quad .$$

$$k \in ; \quad , \quad \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix} : \quad k \cdot \vec{U} \quad .$$

$$\vec{U}' = k \cdot \vec{U} : \quad \vec{U} // \vec{U}' .$$

$$\vec{U}' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad \text{و} \quad \vec{U} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} :$$

$$(\vec{U}, \vec{U}') \quad xy' - yx' = 0 \quad \vec{U} // \vec{U}'$$

:

: 1__

$$: \quad \vec{V}; \vec{U} \quad . \quad ABCD$$

$$\vec{V} = \vec{DB} + \frac{1}{2} \vec{BC} ; \quad \vec{U} = 2\vec{AB} + \vec{DA}$$

$$. \quad \vec{V} \quad \text{و} \quad \vec{U} :$$

: _

$$\vec{DA} = \vec{CB} : \quad ABCD$$

$$\vec{U} = 2\vec{AB} + \vec{CB} :$$

$$\vec{V} = \vec{AD} + \vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{BC}$$

$$= \vec{CB} + \vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{BC}$$

$$\vec{V} = \vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{CB}$$

$$\vec{U} = 2\vec{V}$$

:
 \vec{V} و \vec{U} :
 : 2__

: F E ABCD

$$\vec{AF} = \frac{1}{3} \vec{DA} ; \vec{AE} = \frac{1}{4} \vec{AB}$$

. C , E , F

: __

$$\vec{FE} = \frac{1}{3} \vec{AD} + \frac{1}{4} \vec{AB} : \vec{FE} = \vec{FA} + \vec{AE}$$

$$\vec{FE} = \vec{FA} + \vec{AD} + \vec{DO} :$$

$$= \frac{1}{3} \vec{AD} + \vec{AD} + \vec{AB}$$

$$\vec{FC} = \frac{4}{3} \vec{AD} + \vec{AB} = 4 \left(\frac{1}{3} \vec{AD} + \frac{1}{4} \vec{AB} \right)$$

$$\vec{FC} = 4\vec{FE} :$$

$$\frac{\vec{FC}}{\vec{FE}}$$

C , E , F

() : 3__

: $(O ; \vec{i}, \vec{j})$

<http://www.onefd.edu.dz> D (-1 ; 9) , C (1 ; -1) , B (-2 ; 2) , A (3 , 1)

$$2MA + 3MB - 4MC = 2AC$$

. M

D ; B ; M (

: —

: M (x ; y) (

$$MC \begin{pmatrix} 1-x \\ 1-y \end{pmatrix} ; MB \begin{pmatrix} -2-x \\ 2-y \end{pmatrix} ; MA \begin{pmatrix} 3-x \\ 1-y \end{pmatrix} :$$

$$3MB \begin{pmatrix} -6-3x \\ 6-3y \end{pmatrix} ; 2MA \begin{pmatrix} 6-2x \\ 2-2y \end{pmatrix} :$$

$$AC \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} ; -4MC \begin{pmatrix} -4+4x \\ 4+4y \end{pmatrix}$$

$$: 2MA + 3MB - 4MC = 2AC$$

$$\begin{cases} 6-2x-6-3x-4+4x=-4 \\ 2-2y+6-3y+4+4y=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=16 \end{cases} : \begin{cases} -x-4=-4 \\ -y+12=-4 \end{cases} :$$

M (0 ; 16) :

$$BD \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} ; BM \begin{pmatrix} 2 \\ 14 \end{pmatrix} ($$

$$BD \quad BM \quad BM = 2BD :$$

D , B , M :

$$[BM] \quad D$$

$$\begin{aligned}
 & \text{ : } \underline{\hspace{2cm}} \quad (1) \\
 & 0 \neq \beta + \alpha : \quad \beta \quad \alpha . \quad \text{B A} \\
 & \text{ : } \text{G} \\
 & \alpha \vec{GA} + \beta \vec{GB} = \vec{OG} \\
 & \text{ . } \quad \beta \neq \alpha \quad \text{B A} \quad \text{G} \\
 & \text{ : } \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (B, \beta) ; (A, \alpha) \quad \text{G} \\
 & [AB] \quad (B, 1) (A, 1) \quad \bullet \\
 & (AB) \quad \text{B A} \quad \bullet \\
 & [AB] \quad \text{G} \quad \beta \quad \alpha \quad \bullet \\
 & [AB] \quad \text{G} \quad \beta \quad \alpha \quad \bullet \\
 & \text{ : } \underline{\hspace{2cm}} \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \alpha + \beta \neq 0 \quad (B, \beta) ; (A, \alpha) \quad \text{G} \\
 & \text{ : } \text{M} \\
 & \alpha \vec{MA} + \beta \vec{MB} = (\alpha + \beta) \vec{MG}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{ : } - \\
 & \left(O ; \overset{\Gamma}{i} , \overset{\Gamma}{j} \right) \\
 & G (x_G ; y_G) . B (x_B ; y_B) , A (x_A , y_A) \\
 & . (B, \beta) ; (A, \alpha)
 \end{aligned}$$

$$\text{ : } \text{O M}$$

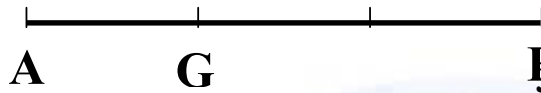
$$\begin{cases} x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta} \\ y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta} \end{cases}$$

$$\text{ : } 1$$

$$M \quad 1 + 2 \neq 0 \quad : \text{---}$$

$$3MG = 2MA + MB \quad :$$

$$AG = \frac{1}{3} AB \quad : \quad M = A :$$



$$B + (-3) = 0 \quad ($$

$$3MA - 3MB = 3BA \neq 0 :$$

$$) : 2 \text{---}$$

A, B, C

$$MA - 3MB = AC :$$

$$. M \quad : \text{---}$$

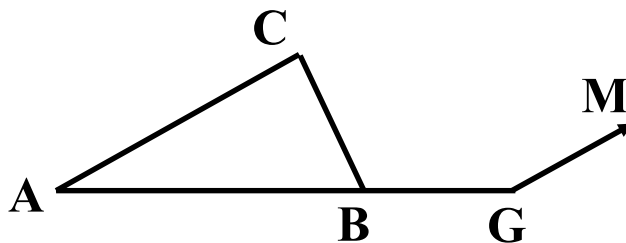
$$(B, -3); (A, 1) \quad G$$

$$MA - 3MB = -2MG \quad :$$

$$-2MG = AC \quad : \quad MA - 3MB = AC \quad :$$

$$AG = \frac{3}{2} AB \quad : \quad G \quad . \quad GM = \frac{1}{2} AC \quad :$$

$$GM = \frac{1}{2} AC \quad M$$



$$: \text{---} (3$$

$$: \text{---}$$

A, B, C

$$\alpha \vec{GA} + \beta \vec{GB} + \gamma \vec{GC} = \vec{0} \quad -1$$

$$(A, \alpha) ; (B, \beta) ; (C, \gamma) \quad -2$$

: _____

$$(A, \alpha) ; (B, \beta) ; (C, \gamma) \quad G \quad -$$

$$\alpha + \beta + \gamma \neq 0$$

$$\alpha \vec{MA} + \beta \vec{MB} + \gamma \vec{MC} = (\alpha + \beta + \gamma) \vec{MG} \quad M$$

: _____ (4)

$$(O; \vec{i}, \vec{j})$$

$$A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C) : \\ (A, \alpha) ; (B, \beta) ; (C, \gamma) : G(x_G; y_G)$$

$$\begin{cases} x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} \\ y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma} \end{cases}$$

: _____

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} : \quad G \quad ABC$$

: _____ (*)

A, B, C

$$\alpha + \beta + \gamma \neq 0 : \quad \alpha, \beta, \gamma$$

$$(A, \alpha) ; (B, \beta) ; (C, \gamma) \quad G \quad \alpha + \beta \neq 0 :$$

$$H \quad (C, \alpha) ; (H, \alpha + \beta)$$

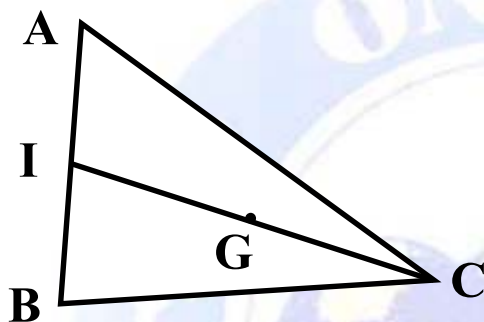
$$(B, \beta) ; (A, \alpha)$$

ABC
(A, 1); (B, 1); (C, 2)

$$1 + 1 + 2 \neq 0$$

$$\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = 4\vec{MG} \quad : M$$

$$\vec{CG} = \frac{1}{4} (\vec{CA} + \vec{CB}) \quad : C : M$$



(*) •

[AB] I
(C, 2); (I, 2) : G

[IC] G :

: 2 —

: K [CI] J [AB] I . ABC

$$3\vec{BK} = 2\vec{BC}$$

K; J; A

$$3\vec{BK} = 2(\vec{BK} + \vec{KC}) :$$

$$-\vec{BK} + 2\vec{KC} = \vec{0}$$

$$\vec{KB} + 2\vec{KC} = \vec{0} :$$

(C, 2); (B, 1) K :

(I, 2); (C, 2) J [CI] J

(B, 1); (A, 1) [AB] I

:

(B, 1); (A, 1); (C, 2) J

(C, 2); (B, 1) K

(AK)

J

.

A ; J ; K :

: 3 ____

I , J , K , L .

ABCD

. [AB] ; [BC] ; [CD] ; [DA]

.

[BD] و [AC]

N M

.

(IK) ; (JL) ; (MN)

: ____

B A

(A , 1) ; (B , 1) ; (C , 1) ; (D , 1)

O

:

O

D C

(K , 2) ; (I , 2)

C D A

(N , 2) ; (M , 2) :

O :

D

B

A

C

(J , 2) ; (L , 2) :

O

B

(JL) ; (MN) ; (IK) :

O :

. O

:

1

(1)

$$2\vec{AB} + \vec{BC} = 2\vec{AC} :$$

$$\vec{V} = \vec{BA} - 2\vec{AC} \quad \vec{U} = \vec{AB} + 2\vec{AC} : \quad (2)$$

$$B \quad \{(A ; -2) ; (B ; -5)\} \quad (3)$$

$$B : \quad \vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{0} : \quad (4)$$

$$\{(A ; 1) ; (C ; 2)\}$$

$$C (-1 ; 2) ; B (3 ; 4) ; A (1 ; 2) \quad (5)$$

$$(C ; 4) ; (B ; 2) ; (A ; 2) \quad (6)$$

$$[\vec{AB}] \quad [\vec{IC}]$$

$$G \quad (C ; 2) ; (B ; 2) ; (A ; 1) \quad G \quad (7)$$

$$I \quad \{(I ; 47) ; (I ; 3)\}$$

$$[\vec{BC}] \quad J \quad \{(B ; 2) ; (A ; 1)\}$$

$$: \quad F \quad (8)$$

$$\{(D ; 1) ; (G ; 4) ; (B ; 2) ; (A ; 1)\}$$

$$: \quad [\vec{AD}] \quad F$$

$$\{(C ; 2) ; (B ; 1)\}$$

$$: 7 \quad 2$$

2

$$\vec{V} = \vec{AD} ; \vec{U} = \vec{AB} :$$

ABCD

$$\|\vec{U} + \vec{V}\| = \|\vec{U} - \vec{V}\| \quad (1)$$

$$\|\vec{U}\|^2 + \|\vec{V}\|^2 = \|\vec{U} - \vec{V}\|^2 \quad (2)$$

$$\|\vec{U} + \vec{V}\| + \|\vec{U} - \vec{V}\| = 2\|\vec{U}\| \quad (3)$$

3

$$\gamma, \beta, \alpha \quad \{(A; \alpha); (B; \beta); (C; \gamma)\} \quad G$$

$$\gamma' + \beta' + \alpha' = 1 : \quad \gamma', \beta', \alpha' : \quad (1)$$

$$(C, \gamma) ; (B; \beta) ; (A; \alpha) : \quad G$$

$$\vec{CG} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma} \vec{CA} + \frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma} \vec{CB} : \quad G \quad (2)$$

$$. ABC \quad G \quad (3)$$

4

$$[AH] . A \quad ABC$$

$$\left\{ \left(A; \frac{1}{3} \right), \left(H; \frac{2}{3} \right) \right\} : \quad G$$

$$\vec{CI} = \frac{1}{3} \vec{CA} : \quad I \quad (AC) \quad (BG) \quad (1)$$

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \quad (2)$$

$$\{(G; 3); (B; 1); (C; 1)\} \quad A \quad (3)$$

5

$$\{(A; -7), (B; 3), (C; 5)\} \quad G \quad ABC$$

$$\vec{BAC} \quad G \quad (1)$$

.ABC

$$(AC) \quad (BG) \quad (2)$$

$$\cdot \{ (A ; -7) , (C ; 5) \}$$

$$\cdot \{ (A ; -7) , (C ; 5) , (G ; 1) \} \quad B \quad (3)$$

$$\cdot \boxed{6}$$

$$\{ (C ; 3) , (B ; 2) , (A ; 1) \} \quad G \quad ABC$$

$$5BI = 2BC : \quad I \quad (BC) \quad (AG) \quad (1)$$

$$: \quad J \quad (AC) \quad (BG) \quad (2)$$

$$GB + 2GJ = 0$$

$$\cdot [AB] \quad (AB) \quad (CG) \quad (3)$$

$$\cdot \boxed{7}$$

$$: \quad K, J, I. \quad ABC$$

$$3AJ = 2AC ; \quad -3IB + 4IC = 0 ; \quad 2KA = 3KB$$

$$\cdot IC = 3BC \quad (1)$$

$$\cdot \{ (A ; 3) ; (C ; 2) \} \quad J \quad (2)$$

$$(C k) ; (BJ) ; (AI) \quad (3)$$

$$\cdot \{ (A ; 2) ; (B ; -3) ; (C ; 4) \}$$

$$\cdot \boxed{8}$$

$$AB = 5 \text{ cm} : \quad B \quad A$$

$$\{ (B ; -2) ; (A ; 7) \} \quad G$$

$$\cdot \boxed{9}$$

$$\cdot \quad ABC$$

$$\cdot \{ (A ; 2) ; (B ; -1) ; (C ; -2) \} \quad G$$

$$\cdot \boxed{10}$$

$$: \quad ABC$$

$$CD = 2 \text{ cm} ; \quad AD = 3 \text{ cm} ; \quad AB = 6 \text{ cm}$$

$$\vec{r}_j = \frac{1}{3} \vec{AD} \quad \text{و} \quad \vec{r}_i = \frac{1}{6} \vec{AB} :$$

$$\left(A ; \vec{r}_i , \vec{r}_j \right) \quad (1)$$

$$: \quad G \quad (2)$$

$$(D ; 3) ; (C ; -2) ; (B ; 5) ; (A ; 4)$$

11

$$: \quad A ; B ; C ; D$$

$$DA = 6 \text{ cm} ; \quad CD = 7 \text{ cm} ; \quad AB = 5 \text{ cm}$$

$$(A ; 2) ; (B ; 3) ; (C ; 3) ; (D ; 4) \quad G$$

$$\{(A ; 2) ; (B ; 3)\} \quad I \quad ($$

$$\{(C ; 3) ; (D ; 4)\} \quad J \quad ($$

$$\cdot (IJ) \quad G \quad (\rightarrow$$

12

$$\cdot \quad M \quad AB = 6 \text{ cm} : \quad B \quad A$$

$$: \quad \cdot (A ; 1) ; (B ; 1) \quad I \quad (1$$

$$\cdot \quad \vec{MI} \quad \vec{MA} + \vec{MB}$$

$$: \quad (A ; 1) ; (B ; 2) \quad G \quad (2$$

$$\vec{MG} \quad \vec{MA} + 2\vec{MB}$$

13

$$\cdot 6 \text{ cm} \quad [AB]$$

$$AM = 6 \text{ cm} \quad M \quad -1$$

$$\cdot [AB] \quad I \quad -2$$

$$\cdot \vec{MI} \quad \vec{MA} + \vec{MB} : \quad ($$

$$\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = 2\|\vec{MI}\| : \quad ($$

$$: \quad M \quad (\rightarrow$$

$$\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = 6 \text{ cm}$$

14

B A

M

f

M'

$$\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MM'}$$

$$\vec{IM'} = -\vec{IM} : \quad [AB] \quad I \quad (1)$$

$$f \quad (2)$$

15 (*)

G ABC

(C ; -1) , (B ; 2) , (A ; 1)

G (1)

$$\vec{MG} \quad \vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC} :$$

$$\|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| = 2\|\vec{MG}\| :$$

M (3)

$$\|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| = 5$$

16

M

f. ABC

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{MM'}$$

ABC G (1)

$$\vec{GM'} = -2\vec{GM} :$$

$$f \quad (2)$$

17

$$(O ; \vec{i}, \vec{j})$$

$$B(3 ; 6) ; A(6 ; 3)$$

$$\vec{OAB} \quad (1)$$

$$J, I, H \quad (2)$$

AGB ; OGB ; AGA
HIJ OAB (3)

18

$$(O ; i, j)$$

$$C(5 ; 2) ; B(-2 ; 3) ; A(1 ; 4)$$

$$C'(2 ; 5) ; B'(-2 ; 3) ; A'(4 ; 1)$$

$$y = x \quad (D) \quad (1)$$

(D)

$$[CC'] ; [BB'] ; [AA']$$

$$(A ; -3) ; (B ; 2) ; (C ; 4) \quad G \quad (2)$$

G

$$: \quad G' \quad (3)$$

$$G' \quad (C' ; 4) , (B' ; 2) , (A' ; -3)$$

$$[GG'] \quad (D) \quad (4)$$

19 (*)

5cm

ABC

$$(C ; 1) , (B ; -1) , (A ; 1) \quad G \quad -1$$

ABCG

$$M \quad (\Gamma) \quad (-2)$$

$$\left\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = \frac{5\sqrt{3}}{2} :$$

$$(\Gamma) \quad (\Gamma) \quad [AC] \quad ($$

20 (*)

A', B', C'

ABC

$$[AB] , [AC] , [BC]$$

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{OH} & \text{OH} \\
 & | & | \\
 \cdot & \text{OA}' & \text{AH} & (\\
 \cdot & (\text{BC}) & (\text{AH}) & (\rightarrow \\
 & (\text{AC}) & (\text{BH}) & (
 \end{array}$$

$$\vec{OH} = 3 \vec{OG} : \quad ($$

H, G, O



(

(AB)

I

: M (E) . ABC

<http://www.onefd.edu.dz>

23

$\vec{EB} = -2 \vec{EA}$: E ABC
 $[AA']$ و $[BC]$ A_1 و A'
 A_1, E, C -

24

G A, B, C, D
 $(A ; 1), (B ; 2), (C ; 2), (D ; 1)$
 $[BC]$ و $[AD]$ N M
 G, N, M -

1

(1) (2) (3)
(4) (5) (6)
(7) (8)

2

(1) (2) (3)

3

(1) (2) (3)

4

(1) (2) (3)

5

(1) (2) (3)

6

(1) (2) (3)

7

(1) (2) (3)

8

:
(
(
(ج
: —

AB AG
G

$$7 + (-2) = 5 \neq 0 :$$

$$AG = -\frac{2}{5} AB$$

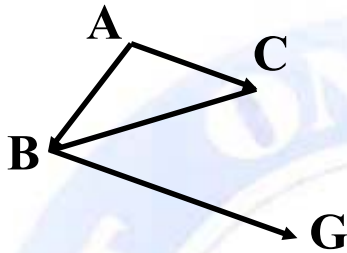


$$2 + (-1) + (-2) + -1 \neq 0 : \quad ($$

$$\vec{AG} = \frac{-1}{-1} \vec{AB} + \frac{-2}{-1} \vec{AC} \quad ($$

$$\vec{AG} = \vec{AB} + 2\vec{AC}$$

: (→



(AD) و (AB) (1

() \vec{AD} و \vec{AB} : \vec{i} و \vec{j} : $(A ; \vec{i}, \vec{j})$:

A (0 ; 0) A (2

$$B (6 ; 0) : \quad \vec{AB} = 6 \vec{i} : \quad \vec{i} = \frac{1}{6} \vec{AB} :$$

$$D (0 ; 3) : \quad \vec{AD} = 3 \vec{j} : \quad \vec{j} = \frac{1}{3} \vec{AD}$$

(AB) (DC) -

 \vec{i} و \vec{DC} :

$$\vec{DC} = 2 \vec{i} : \quad DC = 2 \quad \|\vec{i}\| = 1$$

$$\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC} :$$

$$C (2 ; 3) : \quad \vec{AC} = 3 \vec{j} + 2 \vec{i} = 2 \vec{i} + 3 \vec{j} :$$

 $G(x_G ; y_G) :$ -

$$\begin{cases} x_G = \frac{4 \times 0 + 5 \times 6 + (-2) \times 2 + 3 \times 0}{4 + 5 + (-2) + 3} \\ y_G = \frac{4 \times 0 + 5 \times 0 + (-2) \times 3 + 3 \times 3}{4 + 5 + (-2) + 3} \end{cases} :$$

$$G(2,5 ; 0,3) : \quad x_G = 2,6 \quad ; \quad y_G = 0,3 :$$

. 11

$$2 + 3 = 5 \neq 0 \quad ($$

$$\vec{AI} = \frac{3}{5} \vec{AB} :$$

$$3 + 4 = 7 \neq 0 : \quad ($$

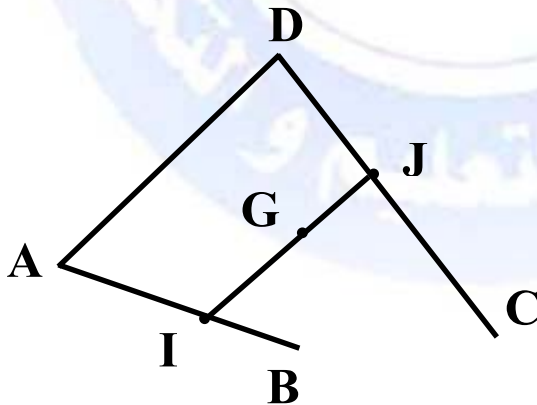
$$\vec{AC} = \frac{4}{7} \vec{CD} :$$

$$(B, 3); (A, 2) \quad G \quad (\rightarrow$$

$$: \quad (D, 4), (C, 3)$$

$$(IJ) \quad G \quad (J, 7), (I, 5)$$

$$\vec{GJ} = \frac{5}{12} \vec{IJ} :$$



. 12

$$[AB] \quad I \quad (-1$$

$$\vec{MA} + \vec{MB} = 2 \vec{MI} \quad ($$

$$\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AB} \quad (-2$$

$$\vec{MA} + 2 \vec{MB} = 3 \vec{MG} \quad ($$

$$6\text{cm} \quad A \quad - 1$$

$$\vec{MA} + \vec{MB} = 2 \vec{MI} \quad (-2)$$

$$\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = \|2 \vec{MI}\| \quad ($$

$$\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = 2 \|\vec{MI}\|$$

$$\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = 6 \Leftrightarrow \|\vec{MI}\| = 6 \quad (\rightarrow$$

$$M \quad . \quad MI = 6 :$$

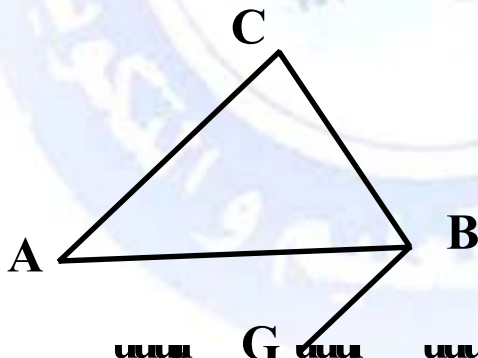
$$. \quad 3\text{cm} \quad I$$

$$2 \vec{MI} = \vec{MM}' : \quad \vec{MA} + \vec{MB} = 2 \vec{MI} \quad (1$$

$$\vec{IM}' = -\vec{IM} : \quad 2 \vec{MI} = \vec{MI} + \vec{IM}' :$$

$$. I \quad f \quad (2$$

$$\vec{AG} = \vec{AB} - \frac{1}{2} \vec{AC} \quad (1$$



$$\vec{MA} + 2 \vec{MB} - \vec{MC} = 2 \vec{MG} \quad (2$$

$$\|\vec{MA} + 2 \vec{MB} - \vec{MC}\| = \|2 \vec{MG}\|$$

$$\|\vec{MA} + 2 \vec{MB} - \vec{MC}\| = |2| \cdot \|\vec{MG}\|$$

$$\|\vec{MA} + 2 \vec{MB} - \vec{MC}\| = 2 \|\vec{MG}\|$$

$$\|\vec{MA} + 2 \vec{MB} - \vec{MC}\| = 5 \Leftrightarrow 2 \|\vec{MG}\| = 5 \quad (3$$

$$\Leftrightarrow \|\vec{MG}\| = \frac{5}{2}$$

$$\|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| = 5 : \quad M$$

$$\frac{5}{2} \quad G$$

16

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG} : \quad (1)$$

$$-2\vec{GM} = \vec{GM}' : \quad 3\vec{MG} = \vec{MM}' :$$

$$-2 \quad G \quad f(2)$$

17

$$G(3;3) \quad (1)$$

$$J(4;4) \quad I(2;3) \quad H(3;2) \quad (2)$$

$$(3;3) \quad HIJ \quad (3)$$

18

$$(D) \quad M(4;4) \quad O(0;0) : \quad (1)$$

$$MA' = 3 ; \quad MA = 3 ; \quad OA' = \sqrt{17} ; \quad OA = \sqrt{17}$$

$$[AA'] \quad (D) :$$

$$MB' = \sqrt{37} ; \quad MB = \sqrt{37} ; \quad OB' = \sqrt{13} ; \quad OB = \sqrt{13}$$

$$[BB'] \quad (D) :$$

$$MC' = \sqrt{5} ; \quad MC = \sqrt{5} ; \quad OC' = \sqrt{29} ; \quad OC = \sqrt{29}$$

$$[CC'] \quad (D) :$$

$$G \left(\frac{23}{3} ; \frac{-8}{3} \right) \quad (2)$$

$$OG' = \frac{\sqrt{593}}{3} ; \quad OG = \frac{\sqrt{593}}{3} \quad (3)$$

$$MG' = \frac{\sqrt{521}}{3} \quad ; \quad MG = \frac{\sqrt{521}}{3} \cdot [GG'] \quad (D) :$$

$$\boxed{19} (*)$$

$$[AC] \quad J \quad (1$$

$$(C, 1) \quad ; \quad (A, 1) \quad J$$

$$(B, -1) \quad ; \quad (J, 2) \quad G$$

$$[BG] \quad J \quad \vec{JG} = - \vec{JB} :$$

$$J \quad (BG) \quad (AC)$$

ABCG

:

$$ABCG \quad BA = BC :$$

:

$$(-2$$

$$: \quad \vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{MG}$$

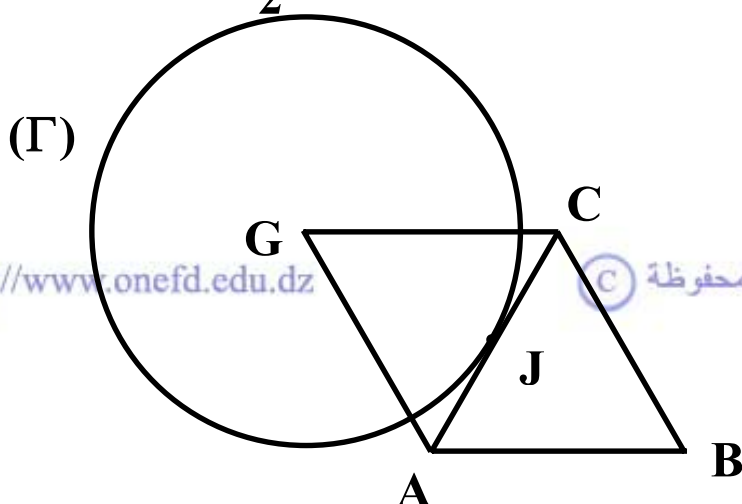
$$\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad : \quad M \in (\Gamma)$$

$$\|\vec{MG}\| = \frac{5\sqrt{3}}{2} :$$

$$r = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

G

$$(\Gamma) :$$



5

GAC

[GJ] (

$$J \in (\Gamma) : \quad GJ = \frac{5\sqrt{3}}{2} :$$

$$\boxed{20} (*)$$

$$M \quad [BC] \quad A' \quad (-1)$$

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2 \overrightarrow{MA'} :$$

$$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2 \overrightarrow{OA'} : \quad \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OH} ($$

$$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$

$$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2 \overrightarrow{OA'} :$$

$$(\overrightarrow{BC}) \perp (\overrightarrow{OA'}) : \quad [BC] \quad (\overrightarrow{OA'}) : \quad (\Rightarrow$$

$$(\overrightarrow{AH}) // (\overrightarrow{OA'}) \quad \overrightarrow{AH} = 2 \overrightarrow{OA'}$$

$$(\overrightarrow{AH}) \perp (\overrightarrow{BC}) :$$

$$\overrightarrow{BH} = 2 \overrightarrow{OB'} : \quad ($$

$$(\overrightarrow{BH}) \perp (\overrightarrow{AC}) :$$

$$. ABC \quad [BH] \quad [AH] : \quad H$$

$$ABC \quad G \quad (-2)$$

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3 \overrightarrow{MG} :$$

M

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3 \overrightarrow{OG} : \quad M = O$$

$$\overrightarrow{OH} = 3 \overrightarrow{OG} :$$

$$ABC \quad O = G = H ($$

$$\overrightarrow{OG} \quad \overrightarrow{OH} : \quad \overrightarrow{OH} = 3 \overrightarrow{OG} : \quad (\Rightarrow$$

O, G, H :

() A (

$$\vec{O} = \vec{A'} ; \quad \vec{H} = \vec{A} :$$

$$\vec{A'A} = 3 \vec{A'G} ; \quad \vec{OH} = 3 \vec{OG} :$$

$$\vec{OA} = \vec{OG} + \vec{GA} = \vec{OG} + 3\vec{OG} = 4\vec{OG} :$$

21

AB

A

(AB)

I :

$$\vec{AI} = k \times \vec{AB} \quad k$$

$$-\vec{AI} + k(\vec{AI} + \vec{IB}) = \vec{0} :$$

$$\vec{IA} + k \times \vec{AI} + k \times \vec{IB} = \vec{0} :$$

$$(1 - k) \vec{IA} + k \times \vec{IB} = \vec{0}$$

$$1 - k + k = 1 \neq 0 :$$

$$\{(A ; 1 - k) ; (B ; k)\} \quad I :$$

22

: G

$$1 + 2 + 1 \neq 0 : \quad (C ; 1) , (B ; 2) , (A ; 1)$$

: M

$$\vec{MA} + 2 \vec{MB} + \vec{MC} = 4 \vec{MG} :$$

$$(\vec{AC} \text{ و } \vec{MG}) \quad (M \in (E)) :$$

AC

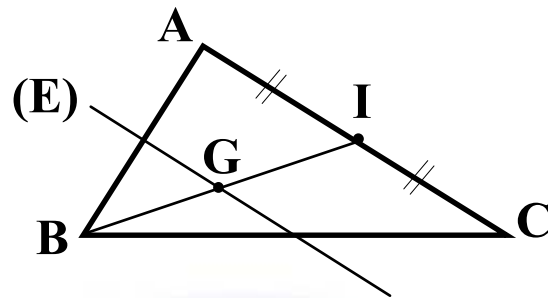
G

M :

$$[\vec{AC}] \quad I$$

G

$$[\vec{IB}] \quad G : (B ; 2) \text{ و } (I ; 2) \quad G$$



23

A_1, E, C

E, C

A_1

$$\vec{EB} + 2 \vec{EA} = \vec{0} :$$

$$\vec{EB} = -2 \vec{EA} :$$

$(B ; 1), (A ; 2)$

$E :$

$(A' ; 2), (A ; 2)$

$[AA']$

A_1

$(C ; 1), (B ; 1)$

$[BC]$

A'

$(C ; 1), (E ; 3)$

A_1

$C, E, A :$

24

$(D ; 1), (A ; 1)$

G

$(C ; 2), (B ; 2)$

$[BC]$

N

$[AD]$

M

:

G

$(N ; 4), (M ; 2)$

$N, M, G :$