**الكفاءات المستهدفة:-** تذكير حول المتتاليات الحسابية و الهندسية.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **مؤشر الكفاءة** | **سير مراحل الدرس+** | **المراحل** |
|  | **\*\*المتتاليات \*\*****المتتالية الحسابية- المتتالية الهندسية(تذكير)****1/ المتتالية الحسابية:**  **تعريف:**

|  |
| --- |
| نقول أن المتتالية متتالية حسابية حدها الأول و أساسها (  عدد حقيقي ) إذا و فقط إذا كان من أجل كل عدد طبيعي: . |

**خاصية1:**

|  |
| --- |
| إذا كانت متتالية حسابية أساسها فإنه من أجل كل عددين طبيعيين و،. |

**حالات خاصة:** و .**خاصية2:**

|  |
| --- |
| إذا كانت متتالية حسابية فإن: |

**بصفة عامة:** $\frac{الأخير الحد+الأول الحد}{2}$  (عدد الحدود)**خاصية3:**

|  |
| --- |
| تكون الأعداد ، و بهذا الترتيب حدودا متتابعة من متتالية حسابية إذا و فقط إذا كان  . يسمى العدد الوسط الحسابي للعددين و. |

**2/ المتتالية الهندسية:****تعريف:**

|  |
| --- |
| نقول أن المتتاليةمتتالية هندسية حدها الأول و أساسها (  عدد حقيقي ) إذا و فقط إذا كان أن من أجل كل عدد طبيعي: .  |

**خاصية1:**

|  |
| --- |
| إذا كانت متتالية هندسية أساسها فإنه من أجل كل عددين طبيعيين و،. |

**حالات خاصة:** و .**خاصية2:**

|  |
| --- |
| إذا كانت متتالية هندسية أساسها يختلف عن1 فإن: |

**بصفة عامة:** $\frac{1- الأساس^{الحدود عدد }}{1-الأساس}$  (الحد الأول).**حالة خاصة:** إذا كان  فإن . **خاصية3:**

|  |
| --- |
| تكون الأعداد غير المعدومة ، و بهذا الترتيب حدودا متتابعة من متتالية هندسية إذا و فقط إذا كان  . يسمى العدد الوسط الهندسي للعددين و. |

 **تطبيق1:**  متتالية عددية معرفة على كما يلي :  1- احسب الفرق : \* استنتج أن هي متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول. 2- ما هو اتجاه تغير هذه المتتالية 3- احسب المجموع  حيث  **.****الحل:**1/ حساب الفرق:\*نستنتج أن هي متتالية حسابية أساسها  وحدها الأول .2/ اتجاه تغير هذه المتتالية:بما أن  فإن  متناقصة تماما. 3/ حساب المجموع :لدينا: و منه: **تطبيق2:** (Un) متتالية عددية معرفة على N بـ: 2×3n=Un 1. أثبت أن (Un) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول U0.
2. ما هو اتجاه تغير هذه المتتالية؟
3. أحسب بدلالة n المجموع Sn= U0+U1+…………+Un .

**الحل:**1/ اثبات أن (Un) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول U0:حدها الأول: 2/ اتجاه تغير هذه المتتالية: بما أن  فإن (Un) متزايدة تماما.3/ أحسب بدلالة n المجموع:**تمارين منزلية:** 4،3،2 صفحة 22 | **المعارف****التقويم** |

**الكفاءات المستهدفة: -** تبيان أن متتالية محدودة من الأعلى، محدودة من الأسفل أو محدودة.

 - التعرف إن كانت متتالية رتيبة.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توجيهات** **و تعاليق**  | **سير مراحل الدرس** | **المراحل** |
|  | **النشاط: حل نشاط رقم 02 ص 6 من الكتاب المدرسي****الهدف:** مقاربة مفهوم المتتالية المحدودة. | **الأنشطة** |
| يقدم النشاط كمدخل للفقرة " المتتالية المحدودة و المتتالية الرتيبة " و يتم إنجازه ضمن أفواج كما يتم استعمالجهاز الداتاشو. | **المتتاليات المحدودة و المتتاليات الرتيبة****1/ المتتاليات المحدودة****حل النشاط 2 ص 6:** متتالية معرفة كما يلي:1/ انجاز ورقة حساب ثم انشاء سحابة نقط باستعمال داتشو و برمجية مجدول .2/ \*دراسة إشارة الفرق:بما أن  فإن: إذن: أي: و عليه محدودة من الأسفل بـ:.\* دراسة إشارة الفرق: بما أن  فإن: . و عليه محدودة من الأعلى بـ:.**تعاريف:**

|  |
| --- |
|  متتالية معرفة على.1. القول أن المتتالية محدودة من الأعلى يعني وجود عدد حقيقي  حيث من أجل كل عدد طبيعي ،  . نقول أن  عنصر حاد من الأعلى.
2. القول أن المتتالية محدودة من الأسفل يعني وجود عدد حقيقي  حيث من أجل كل

عدد طبيعي  :  . نقول أن  عنصر حاد من الأسفل.1. القول أن المتتالية محدودة يعني أنها محدودة من الأعلى و محدودة من الأسفل.
 |

**تمرين:**1/ متتالية عددية معرفة على بحدها العام:بين أن محدودة من الأعلى بالعدد 3.2/  متتالية عددية معرفة على بحدها العام:.بين أن محدودة من الأعلى بالعدد 7.**الحل:**1/ \* ندرس إشارة الفرق: لدينا: بما أن  فإن:  أي:  ومنه: وعليه محدودة من الأعلى بـ:3. 2/ \* ندرس إشارة الفرق:   لدينا: إشارة  من إشارة نحسب المميز : إذن المعادلة تقبل حلا مضاعفا: بما أن:  فإن إشارة البسط من إشارة معامل أي: إذن:  أي  وبالتالي  محدودة من الأسفل بـ:7.**مراجعة:**  ثلاثي حدود من الدرجة الثانية،  مميزه.* إذا كان : فإن من أجل كل عدد حقيقي : إشارة  من إشارة .
* إذا كان : فإن من أجل كل عدد حقيقي  يختلف عن إشارة  من إشارة .
* إذا كان : فإن من أجل كل عدد حقيقي : إشارة  من إشارة  خارج مجال الجذرين، عكسها داخل مجال الجذرين.

**تابع لحل النشاط 2 ص6:**4/ دراسة تغيرات الدالة  المعرفة على المجال بـ: ومنه: إذن متزايدة تماما على المجال .\*النهايات عند أطراف المجال: و \*جدول التغيرات:

|  |  |
| --- | --- |
|  0  |  |
| + |  |
| 0.50 |  |

 5/ التخمين صحيح.متزايدة تماما و هي دالة مرفقة لـ إذن متزايدة تماما نقول رتيبة.**2/ المتتاليات الرتيبة** **تعاريف:**

|  |
| --- |
|  متتالية معرفة على.1. القول عن أنها متزايدة يعني أنه من أجل كل عدد طبيعي،.
2. القول عن أنها متناقصة يعني أنه من أجل كل عدد طبيعي،.
3. القول عن أنها ثابتة يعني أنه من أجل كل عدد طبيعي،.
4. القول عن أنها رتيبة يعني أنها إما متزايدة و إما متناقصة.
 |

 **تمرين:** بين أن المتتالية  المعرفة على بالحد العام:  رتيبة.**الحل:**ندرس إشارة الفرق بما أن  فإن: أي .و منه المتتالية متزايدة تماما و هي رتيبة.**تمرين:**   متتالية عددية معرفة على بحدها العام: .بين أن  رتيبة.**الحل:**ندرس إشارة الفرق :بما أن  فإن: و بالتالي:  و منه المتتالية متزايدة تماما و هي رتيبة.**ملاحظة:** هناك متتاليات لا هي متزايدة و لا هي متناقصة (غير رتيبة) **مثال:** . | **المعارف** |
|  | **التقويم:**حل 3 تمارين تقدم من طرف الأستاذة. | **التقويم** |

 **الكفاءات المستهدفة:-** تبيان إن كانت متتالية متقاربة..

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **مؤشر الكفاءة** | **سير مراحل الدرس** | **المراحل** |
|  | **نهاية متتالية****1/ المتتاليات المتقاربة:****تعريف:**إذا كانت المتتالية  تقترب من العدد الحقيقي عندما يأخذ العدد الطبيعي قيما كبيرة بالقدر الكافي، عندئذ نكتب:  أو و نقول أن المتتالية  متقاربة.**مبرهنة:*** إذا كانت متتالية  متزايدة و محدودة من الأعلى نقول عندئذ أنها متقاربة.
* إذا كانت متتالية  متناقصة و محدودة من الأسفل نقول عندئذ أنها متقاربة.

**مثال:** لتكن المتتالية المعرفة من أجل كلعدد طبيعي غير معدوم بـِ: . يمكن إثبات أن يبقى قريب من بالقدر الذي نريد بشرط أن يكون كبيرا بالقدر الكافي. نستنتج أن المتتاليةتتقارب نحو العدد و .**طريقة:** لدراسة اتجاه تغير متتالية * ندرس إشارة الفرق
* نقارن  مع 1.
* ندرس اتجاه تغير الدالة المرفقة  في حالة متتالية معرفة بالشكل .

**حل تمرين 28 ص 24:**1/ متتالية عددية معرفة على بـ: 1. تعيين اتجاه تغير المتتالية  :

ندرس إشارة الفرق:بما أن  فإن: إذن  متناقصة.1. تعيين إشارة :

بما أن معرفة على  إذن:إذن  أي  محدودة من الأسفل بـ:0.جـ/ من (أ) و (ب) نستنتج أن  متقاربة (لأنها متناقصة و محدودة من الأسفل). 2/ حساب  بدلالة :لدينا: **تمرين2:**  متتالية عددية معرفة على بـ: 1/ احسب الحدود: .2/ عبر عن  بدلالة .3/ استنتج إشارة الفرق  ثم استنتج اتجاه تغير **الحل:** 1/ حساب الحدود:  2/ كتابة  بدلالة : 3/ استنتاج إشارة الفرق :معناه:  أي: و منه نستنتج أن متزايدة. | **المعارف** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **تمرين3:**  متتالية عددية معرفة على بـ: 1/ احسب الحدود: .2/ عبر عن  بدلالة .3/ استنتج إشارة الفرق  ثم استنتج اتجاه تغير **الحل:** 1/ حساب الحدود:  2/ كتابة  بدلالة : 3/ استنتاج إشارة الفرق :معناه:  أي: و منه نستنتج أن متزايدة.**تمرين4:** (Un) متتالية هندسية أساسها  و حدها الأول .1/ عين الحد الأول  بحيث:$u\_{0}+u\_{1}+u\_{2}+u\_{3}=\frac{40}{9}$2/ اكتب عبارة الحد العام  بدلالة  ثم احسب .3/ عين العدد الطبيعي  بحيث: .4/ احسب المجموع  بدلالة  حيث: \*استنتج قيمة  حيث: **الحل:**1/ تعيين الحد الأول :**ط1**: عبارة الحد العام: لدينا: $u\_{0}+u\_{1}+u\_{2}+u\_{3}=\frac{40}{9}$**ط2**: $\frac{1- الأساس^{الحدود عدد }}{1-الأساس}=\frac{40}{9}$  (الحد الأول) 2/ عبارة الحد العام: إذا كان:  فإن  3/ تعيين العدد الطبيعي :لدينا: أي: 4/ حساب المجموع :لدينا: $\frac{1- الأساس^{الحدود عدد }}{1-الأساس}$ ×(الحد الأول)$S\_{n=}$  * استنتاج قيمة :

 لدينا: **2/ المتتاليات ذات الحد العام:** **خاصية:**

|  |
| --- |
| يمثل عددا حقيقيا ،  أو . متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي بحدها العام حيث دالة معرفة على المجال.إذا كانت  فإن . |

**ملاحظة:** العمليات على النهايات الخاصة بالدوال تبقى صحيحة بالنسبة للمتتاليات. **مثال:**   لأن . **تمرين5:** احسب نهاية المتتالية  المعرفة بحدها العام في كل حالة من الحالات التاليةعند1)  ، 2) ، 3)  **الحل:**  **حل التمرين 22 ص23:**

|  |  |
| --- | --- |
| إذن  متقاربة نحو 3  | إذن  متباعدة. |

|  |  |
| --- | --- |
| إذن  متباعدة. | إذن  متقاربة نحو  |

**3/ نهاية متتالية هندسية:****مبرهنة:**

|  |
| --- |
| **إذا كانت  متتالية هندسية أساسها  و حدها الأول  فإن حدها العام** |

 **أمثلة:** ، . | **المعارف** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| . | **التقويم:**حل تمرين رقم 22ص23 و 28 ص 24من الكتاب المدرسي.حل 5 تمارين تقدم من طرف الأستاذة. | **التقويم** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **مؤشر الكفاءة** | **سير مراحل الدرس** | **المراحل** |
|  | **دراسة متتالية من الشكل  أي** **1/ اتجاه تغيرالمتتالية:** متتالية حدها الأول و من أجل كل عدد طبيعي، حيث  و عددان حقيقيان و. نلاحظ أن  حيث هي الدالة التآلفية:.**الحالة الأولى :** إذن إشارة من إشارة .* لما  تكون  متزايدة.
* لما  تكون  متناقصة.

**الحالة الثانية:**دراسة إشارة الفرق:: معناه  و إشارة  من إشارة  أي:☜  وبالتالي: متزايدة. ☜  وبالتالي: متناقصة.:  تتغير إشارته إذن ليست رتيبة.**نتيجة:**

|  |
| --- |
| * إذا كان  إشارة  ليست ثابتة أي ليست رتيبة.
* إذا كان  إشارة  من إشارة .
 |

**حل مسألة 84ص29:** متتالية معرفة على حيث :  و 1. حساب ،  ، :

 1. تعيين قيمة العدد التي تكون من أجلها المتتالية هندسية:

لدينا:  هندسية أي: حتى تكون هندسية يجب: و منه  متتالية هندسية حدها الأول  وأساسها \*التعبير عن بدلالة:\* استنتاج عبارة بدلالة:لدينا: 1. دراسة اتجاه تغير المتتالية:

  ندرس إشارة  إذن:  متناقصة.**1/ دراسة تقارب المتتالية** **:**لدراسة تقارب نعتبر المتتالية  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي بحدها العام:   و منه المتتالية متتالية هندسية أساسها و حدها الأول. عبارة الحد العام: و بما أن  فإن .**إذا كان:**  • فإن  و منه . إذن متقارب نحو. • فإن  و منه  أو  و ذلك حسب إشارة. • فإنه ليس للمتتالية  نهاية و منه ليس للمتتالية نهاية. نستنتج أنه في الحالتين  و  المتتالية ليست متقاربة.**حل مسألة 84ص29:(تابع)**1. تعيين نهاية المتتالية :

لدينا:  1. حساب بدلالة المجموع:

لدينا: \*استنتاج : حالة عدم التعيين.  | **المعارف** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **مؤشر الكفاءة** | **سير مراحل الدرس** | **المراحل** |
|  |  |  |
|  | **الاستدلال بالتراجع****1/ مبدأ الاستدلال بالتراجع:****مسلمة:**

|  |
| --- |
|  خاصية متعلقة بعدد طبيعي  و عدد طبيعي.للبرهان على صحة الخاصية من أجل كل عدد طبيعي أكبر من أو يساوي يكفي أن:1. نتأكد من صحة الخاصية من أجل  أي .
2. نفرض أن الخاصية صحيحة من أجل عدد طبيعي كيفي أكبر من أو يساوي أي

( فرضية التراجع) و نبرهن صحة الخاصية من أجل  أي.  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  **الخلاصة:**من أجل كل عدد طبيعي  أكبر من أو يساوي.صحيحة. |

  | **المعارف** |
|  | **التقويم:**حل تمرين رقم 33 - 41 ص 109من الكتاب المدرسي. | **التقويم** |