الوثيقة المرافقة

لمنهاج مادة الرياضيات

السنة الثالثة متوسط

المحتويات

1. تقديم الوثيقة

أعدت هذه الوثيقة خصيصا للأستاذ، وتمثل أداة ثمينة إذا أحسن استغلالها، فهي تمنحه توضيحات حول كيفية تنفيذ البرنامج.وظيفتها الأساسية، أن تمكن الأستاذ من فهم البرنامج، بتقديم وتوضيح المحاور الكبرى له. كما تقترح عليه نماذج لأنشطة مختارة للقسم، يمكن أن تساعده عند تحضيره لوضعيات تعلّمية.
أما فيما يتعلق بوظيفتها التكوينية، فتبقى العناصر المقترحة في الوثيقتين المرافقتين لبرنامجي السنة الأولى والسنة الثانية والمتعلقة بنمو المراهق وخاصة المستجدات التعليمية للمادة والممارسات الجديدة لفعل التعليم/التعلّم، مادة يمكن أن يستغلها الأستاذ في تحسين أدائه.

2. تقديم المحاور الكبرى للبرنامج واقتراح طريقة للتنفيذ

1.2 الأنشطة العددية

يتواصل العمل على تطوير التقنيات الحسابية بصفة تدريجية من خلال أنشطة وحلّ مشكلات متنوعةحول:

- **الكسور والعمليات**

لقد قدمّ محور جمع وطرح الكسور في السنة الثانية في حالة كسرين مقام أحدهما مضاعف لمقام الآخر. أما في السنة الثالثة فسيتم التعميم على كسور كيفية مع استعمال توحيد المقامات.
إنّ حلّ المعادلات من الشّكل $ax + b = cx + d$ يُؤدي عموما إلى حلول كسرية، الشيء الذي يسمح بترسيخ مفهوم الكسر كعدد. ويجعل التلاميذ أكثر تقبلا لممارسة الحساب الكسري ولا يلجأون آليا إلى القيم العشرية المقربة.
تتدخل الكسور أيضا في محور نظرية طالس بصفتها أعداد حيث تسمح بترجمة تناسبية الأطوال.
يسمح هذا المحور بالعمل عل المضاعفات والقواسم وقواعد قابلية القسمة(عند اختزال الكسور)، ويبقى مفهوم الكسر غير القابل للاختزال للسنة الرابعة متوسط.

- **الأعداد النسبية**

مواصلة لما تم عمله في السنة الثانية سنحاول، قدر الإمكان، إعطاء معنى للحساب على الأعداد النسبية مع تفادي الإفراط في التمارين التي لا تستدعي إلا حسابات آلية مباشرة.
مثال1:
عيّن كلّ الإمكانيات لكتابة العدد (-8) في شكل جداء abc حيث a، b، c أعداد صحيحة نسبية مختلفة.
يمكن إدخال قاعدة الإشارات في عملية الضرب بالاستعانة بالحاسبة.
مثال2:
a، b، c أعداد نسبية غير معدومة حيث:
1) a و الجداء ab لهما نفس الإشارة.
2) إشارتا العدد a و الجداء abc مختلفتان.
3) الجداءان ac و bc لهما نفس الإشارة.
هل يمكن تعيين إشارة كل من الأعداد a، b، c ؟ علّل.

- **الأعداد الناطقة**

إن ضرب وقسمة الأعداد النسبية عمليتان تسمحان بإدخال مفهوم العدد الناطق كحاصل قسمة عددين نسبيين. ولتسهيل العمل على الأعداد الناطقة يمكن اعتبار كل عدد ناطق كسرا مسبوقا بإشارة ويُعتمد، عندئذ، على القواعد الحسابية المتعلقة بالكسور والأعداد النسبية عند تقديم العمليات على الأعداد الناطقة.

- **القوى ذات الأسس الصحيحة النسبية**

الهدف الأساسي لهذا المحور هو العمل بقوى العدد 10 في أنشطة مرتبطة بالمواد الأخرى خاصة الفيزياء والعلوم الطبيعية والعلوم الاجتماعية. تتم دراسة قوى عدد نسبي من خلال أمثلة بسيطة.

مثال:

- قطر الأرض بين القطبين: 12713,505 km
- طول خط الاستواء: 40075,012 km
- حجم الأرض: $1083207000000\ km^3$
- قُطر بكتيريا: 0,000001 m
- قُطر فيروس: 15nm (1nm يُقرأ واحد "نانومتر" ويساوي جزءا من المليار من المتر).

عيّن الكتابة العلمية لكلّ من هذه الأعداد (مع احترام الوحدات المعطاة) ثمّ عيّن رتبة قدر كلّ منها.

- **الأعداد الصماء**

إن هذا المفهوم لم يرد صراحة في البرنامج غير أن التلميذ يصادف الجذر التربيعي لعدد من خلال حساب أطوال في محور نظرية فيثاغورث. وكلّ دراسة مفصلة وخاصة الحساب على الجذور خارج البرنامج. وعند البحث عن الجذر التربيعي لعدد، تستعمل الحاسبة.

- **الترتيب والعمليات**

يتطرق هذا لمحور إلى تلاؤم الجمع والضرب مع الترتيب ويُحضّر دراسة المتراجحات في السنة الرابعة. أما ضرب طرفي متباينة في عدد سالب فليس من الكفاءات المستهدفة في هذه السنة ولكن يمكن إدراجه من خلال بعض الأمثلة البسيطة.

ولإدراج مفهوم التلاؤم يمكن الاعتماد على المستقيم المدرج حيث يُطلب تعيين عددين نسبيين a و b عليه ثم تحديد $a+1$ و $b+1$، $a-2$ و $b-2$. ثمّ يُطلب مقارنة a و b، $a+1$ و $b+1$، $a-2$ و $b-2$.

تقترح أمثلة أخرى لوضع التخمين المناسب ثم يقدم البرهان بمقارنة الفرق مع 0 في كلّ حالة.

- **الحساب الحرفي والمعادلات**
  - **الحساب الحرفي**

كما كان الحال بالنسبة للسنتين الأولى والثانية فإن تعلّم الحساب الحرفي وحلّ معادلات يتواصل في السنة الثالثة بصفة تدريجية.

يتواصل العمل على المعاني المختلفة للحرف في الكتابة الجبرية ومعنى المساواة من خلال أنشطة مركبة أكثر.

لإعطاء دلالة أكثر للحساب الحرفي يستحسن أن تختار التمارين المتعلقة بتحليل وإنتاج وتحويل عبارة جبرية مرتبطة بوضعيات ملموسة.

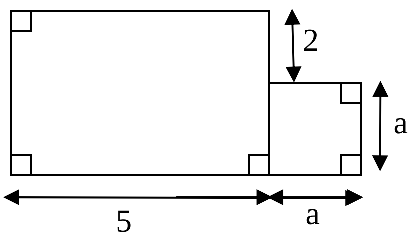
مثال$_1$:

1. مساحة الشكل المقابل تعطى بالقانون:

$$a^2+5a+10$$

2. باستعملا نفس الطول a أرسم شكلا مساحتها تكون معينة بالقانون:

$$2a(a+1)$$



في هذا المثال، الغرض هو إيجاد عبارة جبرية باختيار وضعية تعطي معنى لعبارة بواسطة سند هندسي. نعمل هكذا عل الحروف ونجعل التلميذ يُغيّر السجل بالمرور من الإطار العددي إلى الإطار الهندسي أو العكس.

مثال$_2$:

إليك عدة مساويات:

1) $23-2=3\times5$ 2) $2a\times4b=8ab$ 3) $AB^2+AC^2=BC^2$ 4) $7+x=y$

5) $(a+1)^2=a^2+1$ 6) $3(x+-2)=5$ 7) $(x+1)(x+2)=x^2+3x+2$

8) إذا كان r نصف قطر قرص فمساحته هي: $A=\pi r^2$

كيف يمكن تصنيف هذه المساوات؟

يمكن اقتراح هذا النشاط في عمل الأفواج. بعد تصنيف أوليّ (هنا مساويات بدون حروف ومساويات بحروف). يصل التلاميذ الى تصنيف المساويات إلى مساويات صحيحة، مساويات خاطئة، مساويات لا يمكن الفصل فيها. وتُستغل هذه الفرصة لـ:

- مقاربة مفهوم المتطابقة (مساواة محققة مهما كانت قيمة الحرف).
- مراجعة كيفية إثبات عدم صحة مساواة : يكفي أن نجد مثالا مضادا أي قيمة(أو قيم) للحرف(أو للحروف) تجعل المساواة خاطئة.
- مواصلة التعامل مع المعاني المختلفة للحرف: **متغير** (الذي يمكن أن يأخذ العديد من القيم المختلفة) أو معنى **مجهول** (المقدار الذي نبحث عنه لحلّ مشكلة) أو معنى**"عدد غير مُعيّن"** (الذي يمكن أن يثبت في أمثلة).

إنّ العمل على تحويل عبارات جبرية يؤدي حتما إلى أنشطة حول النشر والتحليل رغم أنّ هذه الكفاءة من برنامج السنة الرابعة ولذا يجب أن تكون الأمثلة المقترحة بسيطة وتعتمد عل توزيع الضرب على الجمع والطرح، مع محاولة، قدر الإمكان، ربطها بوضعيات متنوعة (هندسية مثلا) وبحلّ مشكلات.

نحرص في هذا المجال عل جعل التلميذ يدركون الاختلاف بين المجموع والجداء، وهو أمر أساسي وضروري بالنسبة إلى إتقان الحساب الحرفي ومنه تبسيط الكتابات الحرفية.
مثال:
عيّن من بين العبارات التالية التي تمثل مجاميع والتي تمثل جداءات:
$5a$ ، $2x-3$ ، $3(a+2)$ ، $(x+1)(y+3)$ ، $4+(x+7)$ ، πr^2 .

- **المعادلات**

شرع التلميذ في السنة الثانية في حلّ معادلات بسيطة باستعمال طرق حسابية(استعمال العمليات المختلفة وبعض الرسومات) وفي السنة الثالثة يتطرق إلى خوارزمية حلّ معادلات من الشكل $ax+b=cx+d$. ولتحقيق هذا الهدف يجب مواصلة العمل على جعل التلميذ يدرك ضرورة استعمال الإطار الجبري بدلا من الإطار الحسابي من خلال وضعيات وجيهة.
كما نستمر في اقتراح تمارين تمهيدية تسمح بجعل التلميذ يدرك أكثر مفهوم المعادلة ويميز بين معادلة وعبارة حرفية ويتحقق بنفسه ترجمة مشكلة إلى معادلة تشمل مساواة ومجهول.
مثال:
حدّد من، بين الكتابات التالية، تلك التي تمثل معادلات:
1) $(x+2)+4x$
2) $x=1$
3) $3x-1=2x+5$
4) $2=a+1$
5) $5(2+1)=12+3$
6) $2y+1=3$

كما يتواصل العمل على مشكلات وجيهة تسمح للتلميذ بالتطرق إلى المراحل المختلفة للحلّ (اختيار المجهول، ترجمة وضعية بمعادلة مناسبة، حلّ المعادلة والتحقق).
مثال$_1$: x عدد مجهول، والحرف n عددا طبيعيا.
عبّر لغويا عن كل مساواة مما يلي:
$x=n+2$ ؛ $x=n-1$ ؛ $x=2n$ ؛ $x=n^2$
مثال$_2$:
عبّر بمعادلة عن النصّ التالي:
"أختار عددا، أضاعفه ثم أضيف العدد 2 للنتيجة وسأجد نفس النتيجة لو اخترت نفس العدد وضربته في 3 وطرحت العدد 1 من النتيجة.

مثال$_3$:
يحمل حمار 15 كيسا من دقيق وكيلوغرام واحد من البطاطا. ويحمل حصان كيسين من الفرينة و 40 كيلوغراما من البطاطا. أحسّ الحصان بأنّ الحمار يلهث فقال له: لماذا تلهث أيها الحمار، ولنا نفس الحمولة."
ما هو وزن كيس الدقيق ؟

2.2 الدوال وتنظيم معطيات

- **التناسبية**

التناسبية مفهوم أساسي في تدريس الرياضيات في كل مراحل التعليم الإجباري. في السنة الثالثة تتواصل التعلّمات المتعلقة بهذا المحور والتي شرع فيها في السنتين السابقتين مع معالجته في جانبه البياني، بحيث نتعرف على وضعية تناسبية من خلال استقامية نقط مع مبدأ المعلم. مع العلم أن مفهوم التطبيق الخطي
وتمثيله بمستقيم يمرّ من مبدأ المعلم يبقى من برنامج السنة الرابعة. وهو الموضوع الذي يمكن تحضيره في السنة الثالثة عند تناول علاقات من الشكل $y = ax$ من خلال جداول أو قراءات بيانية.

- **تنظيم معطيات (الإحصاء)**

يرمي هذا المجال إلى تحقيق هدفين عامين، هما:
- التدرّب على قراءة واستعمال البيانات.
- اكتساب بعض المفاهيم الأساسية في الإحصاء الوصفي.

يتطرق برنامج السنة الثالثة من التعليم المتوسط، إلى السلاسل الإحصائية وتتمثل الكفاءات المستهدفة في جعل التلميذ قادرا على تجميع معطيات في فئات وتقديم سلسلة إحصائية في شكل جدول وتمثيلها بمخطط أو بيان وحساب التكرارات والتكرارات النسبية.ويتوسع البرنامج ليستهدف كفاءة حساب متوسط سلسلة إحصائية لنشرع هكذا في مرحلة جديدة تتمثل في تلخيص سلاسل إحصائية.

3.2 الأنشطة الهندسية

تسمح هذه الأنشطة، في هذه السنة، بتوظيف واستثمار عدة معارف مُقدمة في السنة الثانية، خاصة التناظر المركزي ومتوازي الأضلاع.
يتم إدخال مفاهيم جديدة جوهرية مثل نظرية طالس، نظرية فيثاغورث، جيب تمام زاوية... التي تعتبر من المفاهيم الهندسية الرئيسة في برنامج التعليم المتوسط.
إن الأنشطة الهندسية، وكلّ النظريات المبرمجة فيها، تسمح بقدر كبير بمواصلة التعلّملت المتعلقة بالاستدلال الاستنتاجي والبرهان.
إن البرمجيات الهندسية، عند توفرها، ستسمح دون شك بمساعدة التلاميذ في بناء المفاهيم الرياضية وإعطاء معنى لها وتمكنهم بسهولة من وضع تخمينات والتحقق من صحة الإجراءات والنتائج.

- **المثلثات**
  - **حالات تقايس المثلثات**

هذا المحور الذي تمّ تحضيره في السنة الثانية، من خلال أنشطة إنشاء مثلثات بمعرفة بعض أبعادها يسمح بإثراء سجل التلميذ في مجال البرهان ومعالجة بعض التمارين الهندسية.

  - **مستقيم المنتصفين في المثلث**

يتكون هذا المحور من ثلاث خواص متعلقة بالمستقيمات التي تشمل منتصفات أضلاع مثلث. إنّ العمل على برهان هذه الخواص سيساعد التلاميذ على تمييز هذه الخواص بعضها عن بعض ويسمح أيضا باستثمار المعارف المكتسبة في السنة الثانية.
كما يسمح للتلاميذ بممارسة الاستدلال الاستنتاجي وتعلّم البرهان.

- **المثلثات المعينة بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين**

يتم إدخال الخاصية المتعلقة بهذا المفهوم(أي خاصية طالس في المثلث) من خلال نشاط يرتكز على القياسات وحساب النسب (بقيم تقريبية) ويسمح بالتخمين.
يمكن إثبات هذه الخاصية في حالات خاصة بسيطة($\frac{1}{2}$، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$).

- **المستقيمات الخاصّة في المثلث.**

إضافة إلى الكفاءات المتعلقة بتعريف المستقيمات الخاصة في المثلث وإنشائها، يشمل هذا المحور أيضا خواص هذه المستقيمات.ويتم اكتشافها مثل الخواص الأخرى، من خلال ملاحظة أشكال متنوعة ووضع تخمينات. أما بالنسبة للأنشطة المتعلقة بالبرهان على هذه، فهي فرصة لتدريب التلاميذ على إنجاز براهين مركبة.

- **المثلث القائم والدائرة**
- **نظرية فيثاغورث وعكسها.**

يسمح هذا المحور بمواصلة تعلّم الاستدلال الاستنتاجي. تشكل التمارين "وضعيات كلاسيكية" للاستدلال في التعليم المتوسط، حيث تجعل التلميذ يستعمل النظرية (لحساب أطوال) والنظرية العكسية(للبرهان إن كان المثلث قائما) والاستدلال بالخلف (للبرهان إن كان المثلث غير قائم).
لتجسيد خاصية فيثاغورث ولإعطاء معنى أكثر لها، يمكن الاستعانة بالمربكات، ولإثباتها، نعتمد على المساحات. كما يمكن استعمال برمجيات هندسية.
ولحساب الأطوال، نستعمل الحاسبة وهكذا نستثمر العمل على القيم التقريبية والحصر.

- **المثلث القائم والدائرة**

يسمح هذا المحور بالرجوع إلى محاور مثلث وخاصية تقاطعها المدروسة في السنة الثانية. إن خاصية المثلث القائم المرسوم في الدائرة التي قطرها وتر هذا المثلث تسمح بتمييز المثلث القائم ومعالجة عدة تمارين تُستثمر فيها نظرية فيثاغورث.

- **بعد نقطة عن مستقيم، المماس لدائرة**

إنّ مفهوم " أقصر طريق " من نقطة إلى مستقيم يبدو طبيعيا بالنسبة إلى التلميذ. لكن يمكن إثبات هذه النتيجة بالاعتماد على نظرية فيثاغورث أو على المتباينة المثلثية المقدمة في السنة الثانية.

- **جيب تمام زاوية حادة**

إذا كان من الطبيعي أن نعتمد على وضع تخمين انطلاقا من بعض الأمثلة لإدخال مفهوم جيب تمام زاوية حادة، فمن الأهمية أيضا أن نبرهن أنّ جيب التمام لا يرتبط إلا بالزاوية الحادة المختارة وهذا بتوظيف نظرية طالس.
يمثل هذا المحور مناسبة لاستعمال الحاسبة. يجب إذن مساعدة التلاميذ في الاستعمالات المختلفة لها، لتعيين قيمة جيب تمام زاوية معلومة أو لتحديد قيس زاوية علم جيب تمامها.

- **الانسحاب**

الهدف الأساسي لهذا المحور هو إدخال تحويل نقطي جديد، انطلاقا من المفاهيم المتعلقة بمتوازي الأضلاع المقدمة في السنة الثانية والتي يتم استثمارها طوال هذه السنة. بالإضافة إلى التعاريف المختلفة المتعلقة بالانسحاب وخواص الانسحاب، فإن التمارين المقترحة حول هذا المحور ستسمح بإبراز وجاهة هذه الأداة وتمييزها عن التحويلات النقطية الأخرى المدروسة من قبل (التناظر المحوري، التناظر المركزي). يجب العمل على جعل التلاميذ قادرين على تعريف الانسحاب انطلاقا من متوازي الأضلاع، والعكس، أي تشخيص متوازي الأضلاع (عند الإنشاء) انطلاقا من الانسحاب. ويتواصل هذا العمل في السنة الرابعة مع إدراج مفهوم الشعاع.

- **الهرم ومخروط الدوران**

كما هو الشأن النسبة إلى متوازي المستطيلات في السنة الأولى والموشور القائم وأسطوانة الدوران في السنة الثانية فإن المعالجة اليدوية للمجسمات وانجاز تصاميم لها وتمثيلها تبقى من أولويات هذا المحور.

يسمح هذا المحور أيضا باستثمار التناسبية (حساب نصف قطر قاعدة مخروط دوران علمت مساحة سطحه الجانبي...) وبعض نظريات الهندسة المستوية.

يرتكز تعلّم الهندسة في الفضاء في مرحلة التعليم المتوسط على دراسة المجسمات البسيطة. هذا التعلّم الذي لا يمكن أن يختصر في المعالجة البسيطة للأشياء، تواجهه صعوبات تتعلق بتمثيل هذه الأشياء وتشفيرها.

سواء كان ذلك في الهندسة المستوية أو في الفضاء فالتلميذ الذي يبحث عن حلول مشكلة، غالبا ما يعمل بمواجهة الفرضيات والخطة التجريبية. وإذا كان ذلك ممكنا في الهندسة المستوية، لأنّ الأشياء هي ذاتها مواضيع الدراسة فهو لا يصح في الفضاء. فالعمل حول المثلث، مثلا، يتم انطلاقا من رسمه باعتباره موضوع الدراسة، وهذا الأمر يكون مختلفا لما يتعلق الأمر بالمكعب.

إن نجاح تعلّم الهندسة في الفضاء يتوقف على شرط التدرب، من بداية التعليم المتوسط، على طريقة التمثيل في الفضاء، بكلّ ما تتضمنه من قدرات تعلّمية.

من الضروري أن يدرك التلميذ الاختلافات الهندسية بين الشيء وتمثيله. فلا يمكنه العمل على رسم الشيء إلا إذا كانت عنده صورة ذهنية جيدة لهذا الشيء وكذلك معرفة جيدة لقواعد التمثيل التي تسمح له بفك شفرة هذا الرسم.

بالنسبة لكلّ المجسمات المدروسة: متوازي المستطيلات، الموشور القائم، الهرم، الأسطوانة، ...يكون العمل على مرحلتين، مرحلة لمعالجة الأشياء تسمح بامتلاك التعابير الأساسية، تتبعها مرحلة لتعلّم تمثيل هذه الأشياء.

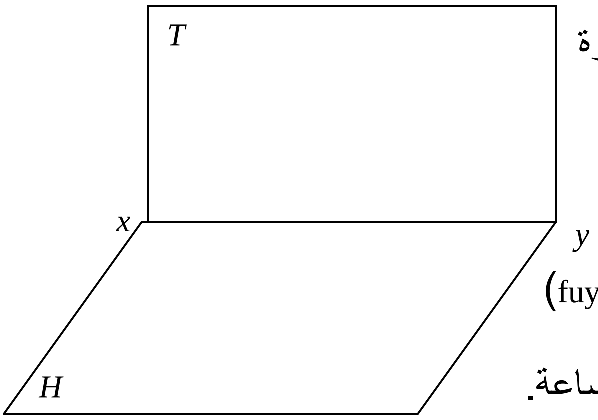
يرتكز تعلم الهندسة في الفضاء في برامج الرياضيات للمرحلة المتوسطة على المنظور المتساوي القياسات الذي يعتبر إحدى طرق التمثيل في المستوي لأشياء من الفضاء. والفائدة من هذا الاختيار تتمثل في الاحتفاظ برؤية الشيء والتوازي وكذا بالقياسات في كلّ مناحي للفضاء.

يمكن تعريف المنظور المتساوي القياسات لشيء كإسقاط هذا الشيء على المستوي وفق منحى مائلا بالنسبة إلى هذا المستوي. وتسمح دراسة خواص هذا الإسقاط عندئذ بإيجاد علاقات معينة بين الشيء وصورته أو بالأحرى بين مختلف عناصر هذا الشيء وصورها.
ومن الخواص الأساسية للمنظور المتساوي القياسات نذكر:

- حفظ التوازي
- حفظ المنتصفات
- حفظ نسبة طولي قطعتين متوازيتين
- حفظ الاستقامية

وهي الخواص المستعملة في غالب الأحيان مع التلاميذ.

لإنشاء صورة شيء بالمنظور المتساوي القياسات، يمكن أن نضع هذا الشيء عل مستو أفقي H (الأرضية) ونختار مستويا شاقوليا T (السبورة). H وT يتقاطعان وفق المستقيم (xy) كما في الشكل المقابل.

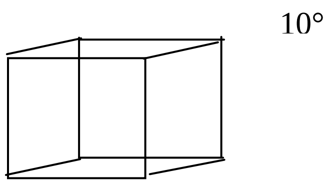


ونستعمل القواعد التالية الناتجة عن الخواص المذكورة أعلاه:

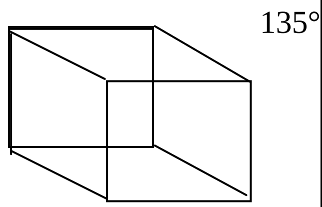
- كلّ قطعة محتواة في مستو مواز للمستوي T تمثّل بالأبعاد الحقيقية (دون اعتبار المقياس).
- كلّ مستقيم يعامد المستوي T يمثل بمائل (fuyante) يشكل مع (xy) زاوية ثابتة. تقاس هذه الزاوية المسماة "زاوية الميل" إيجابيا في الإتجاه المعاكس لعقارب الساعة. غالبا ما تختار لها القيمة $45°$.
- كلّ قطعة $[MN]$ محمولة على مستقيم عمودي على المستوي T تكون ممثلة بقطعة $[mn]$ طولها $mn = k\,MN$ حيث k معامل التصغير للمنظور، وعمليا نختار $k=1/2$.

تأثير زاوية الميل على المنظور

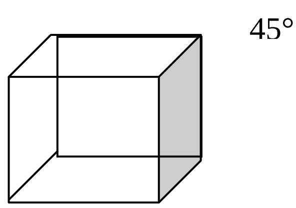
من أجل وضعية معطاة لشيء يطلب تمثيله بالمنظور، يتغير كثيرا تمثيل هذا الشيء بتغيير زاوية الميل.



الشكل (3)



الشكل (2)



الشكل (1)

بالنسبة إلى المجسمات المستديرة (مثل الأسطوانة والمخروط)، فإنّ تمثيلها يستعمل المنظور بزاوية ميل قدرها $90°$ عكس المنظور بزاوية $30°$ أو $45°$ أو $60°$ المستعمل عادة بالنسبة إلى الموشورات.

3. التدريب على الاستدلال والبرهان

يعتبر تعلّم الاستدلال والبرهان، وبالخصوص في الهندسة، من الأهداف الأساسية للسنة الثالثة من التعليم المتوسط.

سبق للتلميذ أن شرع في السنة الأولى والسنة الثانية في التدريب على الاستدلال الاستنتاجي بصفة تدريجية وذلك بالتطرق إلى بعض الأنشطة التمهيدية ليواصل في هذه السنة هذا التدرّب مع البدء في تعلّم البرهان الذي سيستمر خلال السنة الرابعة وبداية المرحلة الثانوية. إن ممارسة الاستدلال الاستنتاجي وكذا تعلّم البرهان يجب ألا يكون نشاطا خاصا أو مناسباتيا بل يجب يكون انشغالا دائما للتلميذ والأستاذ ويمارس من خلال الأنشطة المختلفة لمجالات المادة.

إن الانتقال من هندسة المشاهدة إلى الهندسية الاستنتاجية يتطلب قطيعة في نمط استدلال التلميذ. كما أن الصعوبات المتعلقة بتعلّم وتعليم البرهان متعددة ومتنوعة وهي صعوبات تواجه التلميذ والأستاذ على السواء:

- **صعوبات تواجه التلاميذ**

تتمثل بعض هذه الصعوبات في:

1. الانطلاقة

تكمن هذه الصعوبات في:

- عدم معرفة الإطار والإجراءات المستعملة في البرهان.
- كيفية استغلال المعطيات الواردة في النصّ أو في الشّكل، وكذا معارفهم الخاصة.

2. البحث

عند البحث عن برهان، لا يعرف التلاميذ، في غالب الأحيان من أين وكيف يبدأون، ولا يملكون منهجية للبحث. كما يجدون صعوبات في استغلال الأدلة التي يوفرها النص والشكل.

3. الصياغة (التحرير)

بعد مرحلة البحث، يجد كثير من التلاميذ يجدون صعوبات في صياغة أفكارهم بصفة منسجمة. وتكمن هذه الصعوبات خاصة في متابعة واحترام إطار الاستدلال الاستنتاجي (معطيات، نظرية، خلاصة) وفي استعمال المصطلحات والتعابير الملائمة وأيضا في تنظيم القضايا المُشكّلة لنصّ البرهان.

- **صعوبات تواجه الأساتذة**

هذه الصعوبات هي من النوع التعليمي وتتمثل في:

- نقص المعالم التي يجب إعطاؤها للتلاميذ:

إن أغلبية البراهين تعطى دون شرح الإطار والإجراءات والعناصر المشكلة لها. هذه العناصر غالبا ما تكون ضمنية ولا يمكن لكلّ التلاميذ فهمها واستيعابها.

- نقص الأنشطة الوجيهة التي يمكن اقتراحها للتلاميذ:

في غالب الأحيان، يُعلّم البرهان في وقت واحد دون الأخذ بعين الاعتبار صعوبات التلاميذ المذكورة أعلاه. كما لا تعطى أنشطة ملائمة للتلاميذ ليدركوا من خلالها هذه الصعوبات والقدرات والكفاءات المستهدفة.

- اختيار الخطة الملائمة لتعليم البرهان:

يكون هذا الاختيار صعبا نظرا إلى كثافة الكفاءات المتعلقة بالبرهان وإلى التباين في المكتسبات القبلية للتلاميذ في هذا الميدان.

- عدم تشخيص الصعوبات التي تواجه التلاميذ في هذا الميدان يُصعّب على الأستاذ اقتراح التعديلات المناسبة.

وقصد مساعدة التلاميذ والأساتذة على تخطي كل هذه الصعوبات، فمن الضروري التدرب والعمل على الأنشطة التي تسمح بجعل التلميذ يدرك المراحل المختلفة التي يجب اجتيازها لتأسيس مبادئ الاستدلال الاستنتاجي ومنه تعلّم البرهان الرياضي.

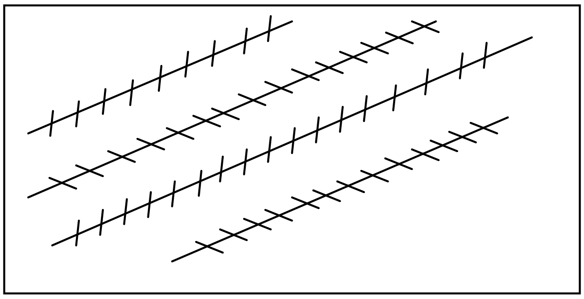
- **المرحلة الأولى: جعل التلاميذ يدركون ضرورة البرهان**

عندما نقول " نرى..." أو "يبدو ..." أو " أقيس ..."، فإننا نضع تخمينا. ينبغي أن نعلم أنّ:

- القياس يعطي دائما نتيجة تقريبية.
- لا يمكن تأكيد صحة نصّ اعتمادا على مشاهدة على رسم.

مثال:

هل الخطوط الكبيرة في الشكل المقابل متوازية ؟

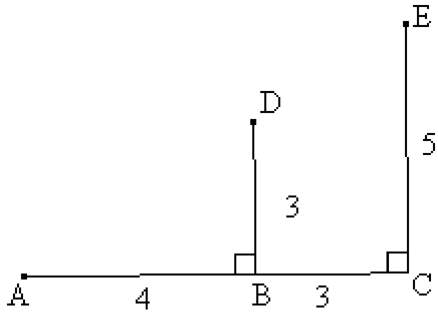


ينبغي إذن، العمل على تحسيس التلميذ بضرورة البرهان، ويمكن تحقيق ذلك من خلال أنشطة، مثل:

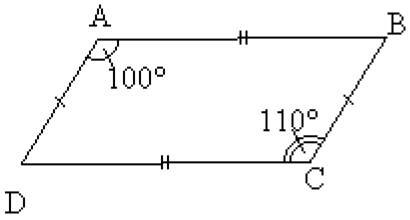
- مشكلة أو شكل يُطلب انجازه يؤدي إلى تخمين خاطئ. بذلك نحسس التلميذ بذلك على عدم الوثوق بالمشاهدة على الشّكل.

مثال: وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. أنشئ الشّكل التالي باحترام الأبعاد المقترحة.
2. هل النقط A، D، E على استقامة واحدة ؟

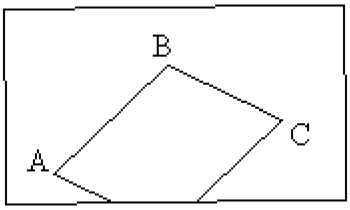


- مشكلات الإنشاءات الهندسية
مثال: هل يُمكن رسم الرباعي ABCD بالمعطيات المفروضة ؟



- مشكلات مفتوحة

ABCD متوازي أضلاع.
أنشئ المستقيم (BD) دون الخروج عن الإطار.



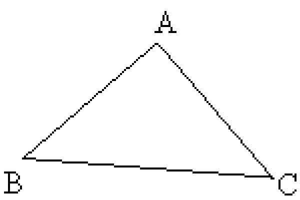
- **المرحلة الثانية: استثمار العمل على المعلومات**

يُمثل استثمار المعلومات إحدى المراحل الأساسية التي تسمح بالانتقال من هندسة المشاهدة إلى الهندسية الاستنتاجية. وتوجد عدة أنواع من الأنشطة التي تساعد على هذا الانتقال:

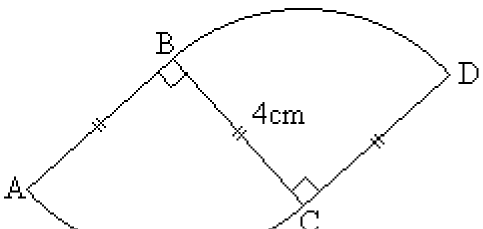
- سرد قائمة المعطيات الموجودة في نصّ.

مثال$_1$:

ABC مثلث قائم في A. الضلعان [AB] و [AC] لهما نفس الطول.
ضع هذه المعلومات على الشكل المقابل.



مثال 2:
أنجز مثيلا للشّكل التالي:

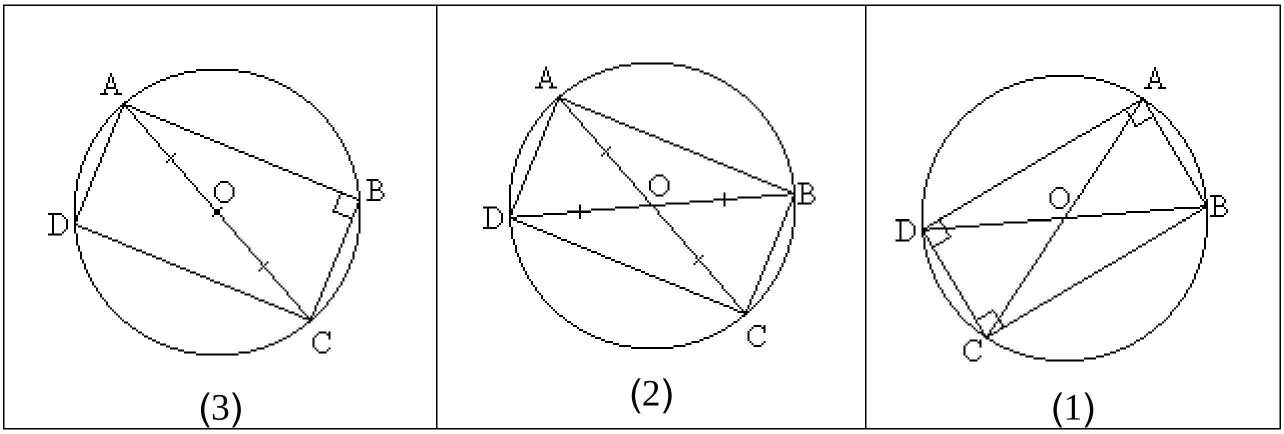


- قراءة شكل مُشفّر

مثال:

A ، B ، C ، D أربع نقط من دائرة.

عيّن معطيات كلّ شكل من الأشكال الثلاثة الآتية:



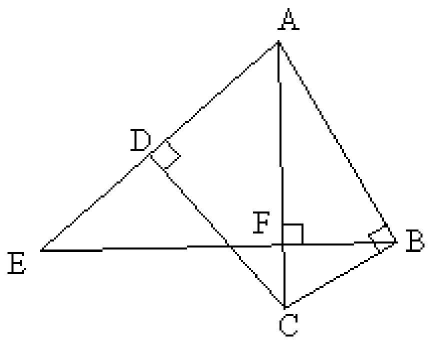
- الانتقال من نصّ إلى شكل والعكس.

مثال 1:

أرسم مثلثا ABC قائما في B بحيث $AB = 5cm$ و $\widehat{B} = 35°$

مثال 2:

أكتب نصا يسمح بإنشاء الشّكل التالي:



- **كتابة** برنامج إنشاء.

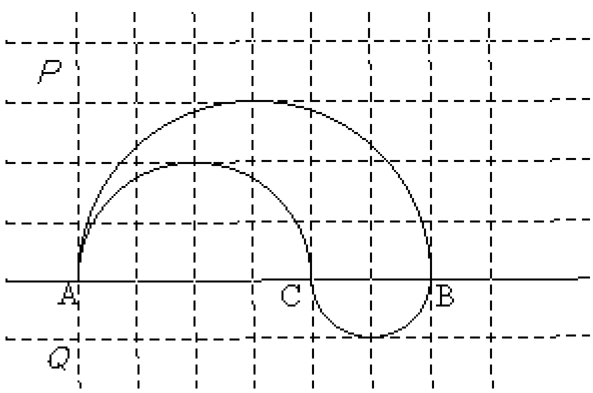
مثال:

يمثل الرسم التالي شكلا منشأ بالمدور.

النقط A ، B ، C معطاة.

المستقيم (AB) يجزئ المستوي إلى نصفي مستو P وQ.

اكتب برنامج إنشاء هذا الشكل.

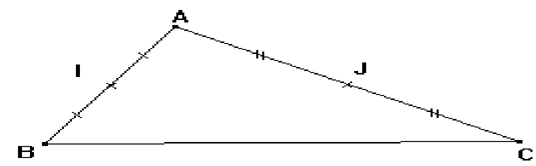


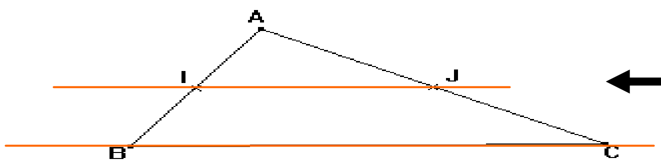
في هذه المرحلة، ينبغي أن ندرك بأنّه توجد مستويات مختلفة من الكفاءات بين أخذ المعلومات ومعالجتها. فأمام شكل أو نصّ، يمكن أن نميّز:
-التلاميذ الذين بإمكانهم ترتيب الخواص التي تؤدي إلى إنشاء الأشكال،
-التلاميذ الذين بإمكانهم فقط التعرّف على المعلومات وتمييزها دون إدراك العلاقات الموجودة بينها.

ولمساعدة التلاميذ على تجاوز هذه الصعوبات، يمكن اقتراح عدة أنواع من النشاطات:
- الرسومات المعطاة بالإملاء.
- تحويل نصوص تعطي وصفا عاما إلى نصوص تعطي مراحل الإنشاء
وبشكل عام، كلّ نشاط يتطلب الانتقال من إطار "النصوص" إلى إطار " الأشكال" والعكس يسمح باستثمار على المعلومات.

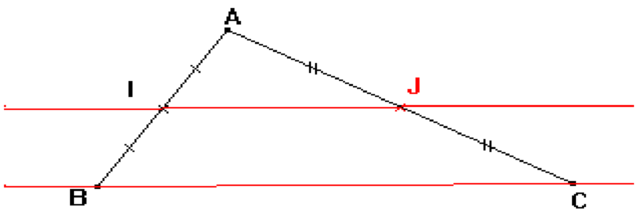
- **المرحلة الثالثة: البحث في نصّ أو على شكل عن معلومات ضرورية ينبغي أخذها بعين الاعتبار لاستبدالها بقاعدة (نظرية، تعريف)**

غالبا ما تكون النظرية المطلوبة في متناول كثير من التلاميذ، لكنهم لا يعرفون استعمالها بكيفية سليمة. هذه الصعوبات التي تعترض التلاميذ الذين يحفظون دروسهم ولا يكون بوسعهم استثمارها، يمكن تذليلها وذلك بالتدخل على مستويين:
- على مستوى الدروس: بتمييز طبيعة الشروط في النظرية ذاتها.
مثال:
بالنسبة إلى نظرية المنتصفين، يمكن العمل بكيفيتين:
☜ إما أن نعمل على شكلين





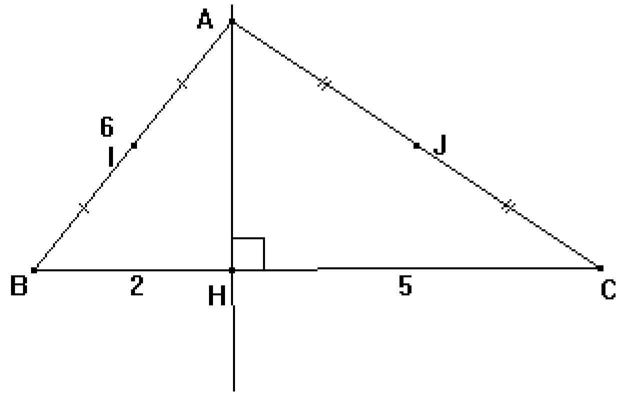
☜وإما أن نميّز على نفس الشكل المعطيات والنتيجة



بالأسود، الفرضيات
بالأحمر، النتيجة

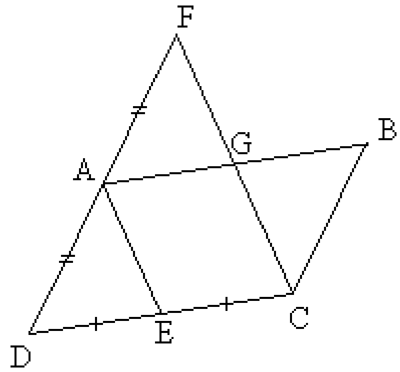
- على مستوى التمارين: هل تتضمّن الأشكال أو النصوص المعلومات الضرورية لتطبيق قاعدة معينة ؟

مثال 1:
ما هي المعلومات التي يتضمنها الشكل ؟
ما هي النظريات التي يمكن تطبيقها ؟



مثال 2:
باستعمال التشفير الموجود على الشّكل والمعطيات، ما هي النظريات التي يمكن استعمالها؟

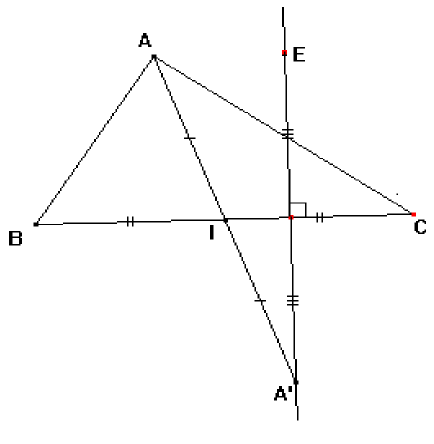
(AB) // (DC)
و
(AD) // (BC)

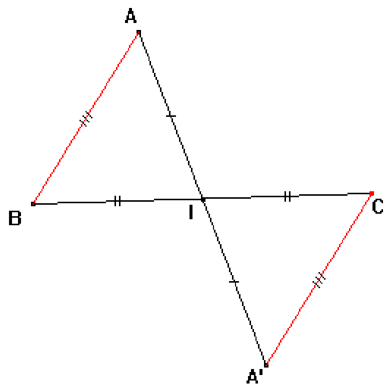


- **المرحلة الرابعة: فهم "الخطوة الاستنتاجية" بتشكيلها الثلاثي (المعطيات، القاعدة، الخلاصة).**

لتجاوز هذه المرحلة، على التلميذ أن يكون قادرا على عزل معطيات هي بمثابة مفاتيح في وضعية مركبة قصد تطبيق نظرية معينة.

مثال 1:
ABC مثلث، I منتصف $[BC]$، A' نظيرة A بالنسبة إلى I. لتكن E نظيرة A' بالنسبة إلى (BC).
برهن أنّ $AB = CA'$

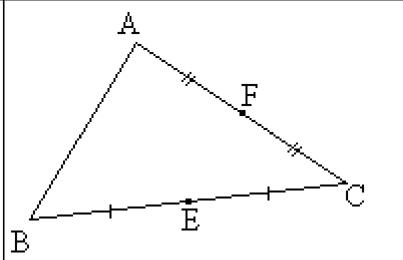
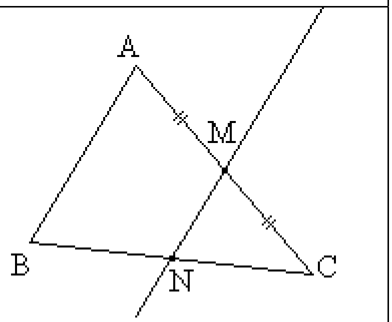
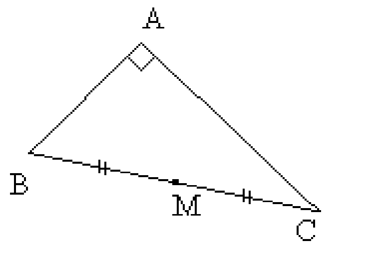




- نتعرف في الرسم المركب على معطيات مجسدة في شكل تسمح بتطبيق قاعدة معينة.
- نطبق القاعدة.
- ونستخلص.

مثال 2:

أتمم الجدول الموالي:

الشكل المشفر	المعطيات	النظرية	الخلاصة
			
 (MN) // (AB)			
			

- **المرحلة الخامسة: التحرير**

هذه المرحة الأخيرة مهمة ولكن يجب آلا تطغي على الخطة الرياضية (الإجراء المستعمل) خاصة عند تقويم عمل التلاميذ.

إنّ النصوص المحررة من طرف التلاميذ غالبا ما تعكس الصعوبات التي يواجهونها أمام تعلّم البرهان وهي أيضا مؤشرات قوية لفهم ما يتعلق بالخطط المتبعة وطرق البحث والإجراءات المستعملة قصد تعديلها وتحسينها. على الأستاذ تجنب البحث عن قولبة هذه

نجعل التلميذ يصل تدريجيا إلى صياغة برهان بصفة دقيقة بتعويده على تقديم نصوص براهين مهيكلة ومنطقية تحترم مخططا وأسلوبا معينين:

- **مخطط البرهان**

نسمي " برهانا بسيطا" (أو خطوة استنتاجية) كل برهان يتطلب استعمال نظرية واحدة. وحسب ما سبق، يتشكل هذا البرهان من ثلاثة أجزاء:

1. **المعطيات:** نُحدّد كلّ ما يسمح بتوظيف النظرية المختارة.
2. **النظرية:** تعطى النظرية بتسميتها المتداولة (مثل: نظرية طالس، نظرية المنتصفين...) أو تحرّر كاملة في الحالات الأخرى(مثال: إذا كان الرباعي متوازي الأضلاع فإن قطريه متناصفان).
3. **الخلاصة**

- **الصياغة**

يجب أن يصاغ البرهان بوضوح حيث تبرز الأجزاء الثلاثة المذكورة أعلاه. لذا ينبغي احترام بعض القواعد:

القاعدة الأولى: العودة إلى السطر عندما ننتقل من جزء من البرهان إلى آخر(مثلا، عند الانتقال من المعطيات إلى النظرية).

القاعدة الثانية: استعمال مصطلحات وتعابير تمفصل البرهان مثل: لكن، إذن، منه...

هناك ثلاثة أنواع من المصطلحات:

- مصطلحات تسمح بإدخال المعطيات: نعلم أن، لدينا،...
- مصطلحات تسمح بإدخال نظرية أو خاصية: لكن، حسب،...
- مصطلحات تسمح بتقديم الخلاصة: إذن،فإن...

القاعدة الثالثة: لا تسجل إلا المعطيات الملائمة والضرورية.

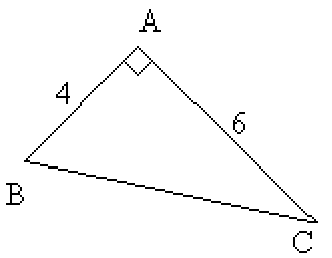
القاعدة الرابعة: إبراز الخلاصة(النتيجة) بوضعها في إطار مثلا، إشارة إلى نهاية الاستدلال.

- **أمثلة من براهين بسيطة**

مثال$_1$:

إليك الشكل المقابل.

أحسب BC.



نعلم أن المثلث ABC قائم في A .

حسب نظرية فيثاغورث، **فإن** $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

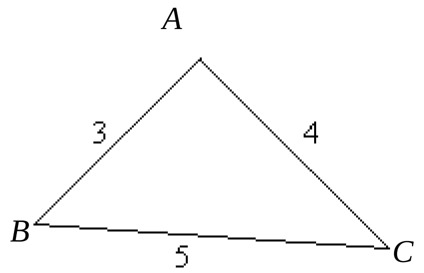
منه $BC^2 = 4^2 + 6^2$

$BC^2 = 16 + 36 = 50$

ونستخلص

$\boxed{BC = \sqrt{50}}$

مثال$_2$:



إليك الشكل المقابل.

هل المثلث ABC قائم؟

نقارن بين $AB^2 + AC^2$ و BC^2 (لأن BC أطول ضلع)

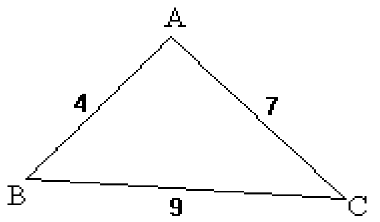
$$BC^2 = 5^2 = 25$$

$$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

نلاحظ أن $AB^2 + AC^2 = BC^2$

حسب عكس نظرية فيثاغورث **فإن** المثلث ABC قائم في A .

مثال$_3$:



هل المثلث ABC قائم؟

نقارن بين $AB^2 + AC^2$ و BC^2

نجد $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$

$$BC^2 = 9^2 = 81$$

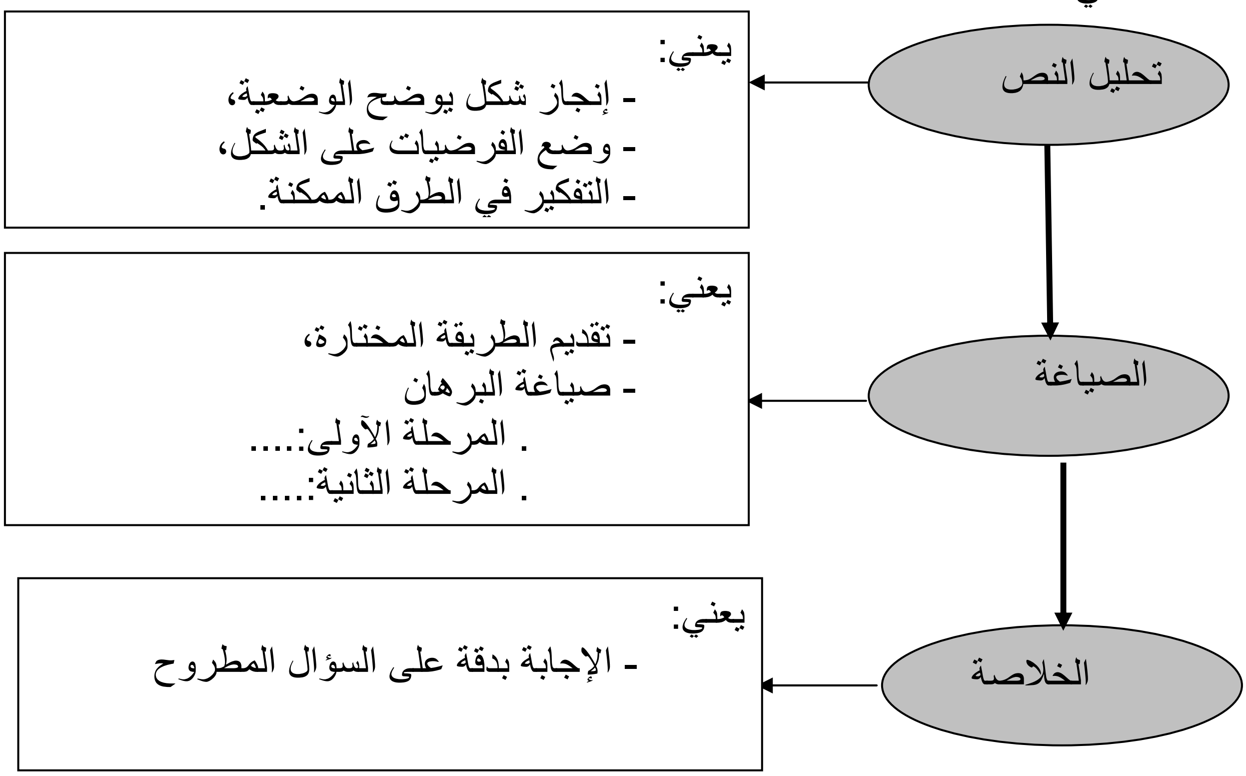
نلاحظ أن $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$

نعلم أنه، حسب نظرية فيثاغورث، لو كان المثلث ABC قائما لحصلنا على مساواة.

إذن المثلث ABC غير قائم.

- ♦ **مثال لبرهان مركب يحتوي على عدة خطوات استنتاجية**

لمساعدة التلميذ على معالجة تمرين هندسي يتطلب برهانا مركبا يمكن تعويده على انتهاج المخطط التالي:



مثال:

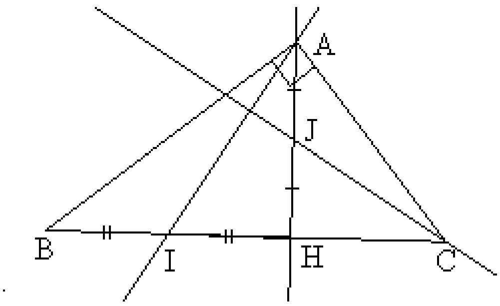
ABC مثلث قائم في A. الارتفاع الذي يشمل A يقطع الضلع [BC] في H.
النقطة I هي منتصف القطعة [HB] و النقطة J هي منتصف القطعة [AH].
برهن أنّ المستقيمين (CJ) و (AI) متعامدان.

1. تحليل النصّ

☜ المعطيات:

- ABC مثلث قائم في A
- [AH] ارتفاع
- I منتصف [HB] و J منتصف [AH].

☜ إنجاز رسم يجسد الوضعية



☜ الخلاصة (المطلوب): (CJ) و (AI) متعامدان.

☜ التفكير في طرق الحلّ:

للبرهان على تعامد المستقيمين (CJ) و (AI) يمكن إثبات أن (CJ) هو ارتفاع في المثلث AIC. لهذا يمكن البرهان أن (IJ) هو أيضا ارتفاع في المثلث AIC و بما أنّ الارتفاعات في مثلث تتقاطع في نقطة واحدة، فيمكن استنتاج أن (CJ) هو ارتفاع.
للبرهان أنّ (IJ) هو ارتفاع في المثلث AIC، يمكن أن نبرهن أن (IJ) يوازي (AB). وبما أنّ (AB) يعامد (AC)، فسنستنتج أنّ (IJ) يعامد (AC).

2. الصياغة

☜ تقديم الطريقة المختارة

المرحلة الأولى: نبين أن (IJ) يوازي (AB)
المرحلة الثانية : نبين أن (IJ) ارتفاع في المثلث AIC.

المرحلة الثالثة : نبين أن (CJ) ارتفاع في المثلث AIC .

☜ الحلّ:

المرحلة الأولى:

لدينا I منتصف[HB] و J منتصف [AH].

حسب النظرية: إذا كان مستقيم يشمل منصفي ضلعي مثلث فإنه يوازي الضلع الثالث

إذن (IJ) يوازي (AB).

المرحلة الثانية:

بما أنّ ABC مثلث قئم في A فإنّ (AB) يعامد (AC). لكن برهننا أن (IJ) يوازي (AB).

إذن (IJ) يعامد (AC) ومنه نستنتج أنّ (IJ) ارتفاع في المثلث AIC .

المرحلة الثالثة:

(AH) و (IJ) هما ارتفاعان في المثلث AIC و يتقاطعان في J .

حسب النظرية: في المثلث الارتفاعات تتقاطع في نفس النقطة.

إذن المستقيم (CJ) هو الارتفاع الثالث في المثلث AIC .

3.الخلاصة:

بما أن (CJ) ارتفاع في المثلث AIC

إذن (CJ) و (AI) متعامدان.

4. تكنولوجيات الإعلام والاتصال

إن أداة الإعلام الآلي (بما فيها الحاسبة) تكمّل الأدوات الأخرى التي بحوزة التلميذ والأستاذ وتوفّر مقاربة جديدة لتعلّم الرياضيات التي تمكن التلميذ من القيام بالنشاط الرياضي الفعلي.

تتيح هذه الأداة خاصة:

- الحصول وبسرعة على تمثيل مشكلة أو مفهوم قصد إعطاء معنى له وتسهيل امتلاكه من قبل التلميذ.
- الربط بين المجالات المختلفة للمادة (المجال العددي، المجال الهندسي...).
- استكشاف الوضعيات لإظهار الأشكال المختلفة بصفة ديناميكية.
- التخمين انطلاقا من تجارب مختلفة والقيام بالتحققات الأولية.
- الاهتمام بحلّ المشكلات المطروحة عوض القيام بالحسابات الطويلة والمركبة.
- التحقق بسرعة من النتائج المحصل عليها.

- **الحاسبة**

إن استعمال الحاسبة العلمية، التي تمّ إدراجها في السنة الثانية، يتواصل في السنة الثالثة بكثافة أكبر، بحيث تسمح هذه الآلة للتلميذ بتعيين بعض القيم العددية من البرنامج (الكتابة العلمية لعدد، الجذر التربيعي المضبوط أو المقرب لعدد، جيب تمام زاوية معلومة وقيس زاوية عُلم جيب تمامها،...).

كما تسمح له، عند إدخال مفاهيم جديدة (نظرية طالس، نظرية فيثاغورث، جيب تمام زاوية...)، بمضاعفة "الأمثلة العددية والمحاولات". وهكذا ننمي استراتيجة الاكتشاف لدى التلميذ والتي تؤدي بالطبع إلى خطة من النوع التخميني.

كما كان الشأن في السنة الثانية، فإن التحكم الجيّد في استعمالات الحاسبة وإدراك حدودها يُعد بمثابة معرفة وقدرات جديدة للتصرف، إذ تسمح بتطوير روح النقد عند التلميذ وتكسبه طرق عمل صارمة، وخلافا للتحفظات الكثيرة المتعلقة باستعمال الحاسبة، فإنها لا تنقص من مكانة الصياغة والبرهان اللذين تتميز بهما المادة، بل بالعكس، فهي تعززهما وتبررهما.

- **المجدولات**

توفر المجدولات عدة إمكانيات للتجريب. وتسمح للتلميذ بالعمل على العبارات الجبرية وبوضع قوانين واستعمالها والإنجاز السريع لعدد كبير من الحسابات والحصول الآني على تمثيلات بيانية.

في مجال الإحصاء، تسمح هذه المجدولات بالحصول وبسرعة على جداول توزيع سلاسل إحصائية وحساب تكرارات وتكرارات نسبية ومعدلات.

تسمح هذه الأداة للتلميذ بربح وقت ثمين سيتسغله في التجريب والملاحظة وتفسير النتائج المحصل عليها.

- **البرمجيات (اللوجيسيالات) الهندسية**

تسمح هذه البرمجيات بمقاربة ديناميكية لإنشاء أشكال هندسية تساعد التلميذ على التخمين عند التطرق إلى مفاهيم جديدة وفي تجريب هذا التخمين في حالات عديدة بسهولة وسرعة.

في مجال الهندسة الفضائية، تشكل هذه البرمجيات إطارا للمشاهدة، الشيء الذي يسهل التعلمات.

تسمح هذه البرمجيات، كما هو الشأن بالنسبة إلى الأنواع الأخرى من البرمجيات، بتنويع ومزج المجالات المختلفة للمادة (المجال العددي، المجال البياني، المجال الهندسي).

ملاحظة هامة:

يمكن تصنيف الأنشطة التي تستدعي استعمال الإعلام الآلي إلى أنشطة خاصة بالتلاميذ (فرديا) وأخرى خاصة بالقسم كله.

تنظم الأنشطة الخاصة بالتلاميذ أساسا في حصص تتم في قاعة الإعلام الآلي، أين يكون التلاميذ أمام جهاز فرادى أو ثنائيات حسب التجهيز. في هذه الحالة، يحتفظ التلميذ بنوع من الاستقلالية في العمل ويكون دور الأستاذ هو التوجيه والمساعدة عند الحاجة.

بالنسبة إلى الأنشطة الخاصة بالقسم، يستعين الأستاذ بجهاز للإعلام الآلي وجهاز للعرض (الإسقاط) الجماعي عند تنشيطه للقسم. فبإمكانه تقديم جداول أو بيانات أو أشكال محضرة من قبل لغرض إتمامها أو تحويلها أمام التلاميذ. كما تسمح له هذه الأجهزة بعرض، وفي وقت وجيز، عمل تم من قبل أو تقديم ملخص للدرس أو حلُ تمرين في الإحصاء أو الهندسة، إلخ.

ويعتبر هذا الاستعمال للإعلام الآلي جدّ مهما، كونه لا يتطلب مصاريف كبيرة للتجهيز للمؤسسة.

ينبغي إذن الوصول تدريجيا ، إلى تجهيز حجرة واحدة في كل متوسطة بالآلات المناسبة للسماح لكل الأساتذة باستغلالها مع التلاميذ على غرار المخابر المختصة الأخرى.

5. اقتراح نموذج للتوزيع السنوي مع الحجم الساعي حسب المحاور.

المحور	عدد الساعات
المثلثات: - حالات تقايس المثلثات	05
الكسور	10
المثلثات: - مستقيم المنتصفين - المثلثات المعينة بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان.	10
الأعداد النسبية	10
المثلثات:- المستقيمات الخاصة	13
الأعداد الناطقة	05
القوى ذات اسس صحيحة	10
التناسبية	10
المثلث القائم والدائرة:- نظرية فيثاغورث وعكسها	10
الحساب الحرفي:التبسيط،النشر،الترتيب والعمليات.	05
المثلث القائم والدائرة:- المثلث القائم والدائرة المحيطة.	05
الحساب الحرفي: المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد.	10
المثلث القائم والدائرة:- بعد نقطة عن مستقيم، المماس لدائرة. - جيب تمام زاوية حادة.	9
تنظيم معطيات (الإحصاء)	9
الانسحاب	05
الهرم ومخروط الدوران	9

في هذا النموذج اعتمدنا التفصيل في توزيع بعض محاور البرنامج مثل المثلثات حتى لا يبقى الآستاذ في نفس الموضوع فترة طويلة.
أما فيما يتعلق بالحجم الساعي الاسبوعي فليس من الضروري تخصيص ساعات للنشاطات العددية وأخرى للنشاطات الهندسية. وبإمكان الأستاذ إذن أن يعالج محورا (أو جزءا منه) بدون انقطاع.
بالنسبة إلى هذا النموذج، فيبقى اقتراحا قابلا للتعديل سواء في تسلسل المحاور أو في تقدير الحجم الساعي لكل محور.

6. التقويم

إن تقويم مكتسبات التلاميذ في وظائفه المختلفة (التقويم التشخيصي، التقويم التكويني، التقويم التحصيلي) هو من أهم مركبات فعل التعليم/التعلّم . يجب آلا يقتصر فقط على تقويم الكفاءات القاعدية البسيطة وبصفة منفصلة بواسطة تمارين تقنية (التطبيق المباشر لقانون أو لخوارزمية أو لنظرية)، بل يجب اقتراح أيضا مشكلات تركيبية وإدماجية تسمح بتقويم عدة كفاءات قاعدية من نفس المحور أو من عدة محاور وكفاءات عرضية سواء كانت رياضية (تحليل نص رياضي، إنجاز استدلال استنتاجي، صياغة برهان...) أو كفاءات عامة (التفكير، البحث، التنظيم، التواصل...).

مثال:

أرسم شكلا بالإعتماد على المعطيات التالية:

- [AB] قطعة مستقيم طولها 10cm،
- المستقيم (d) هو محور [AB].
- E، F نقطتان من (d) واقعتان في جهتين مختلفين بالنسبة إلى القطعة [AB].
- (C) دائرة مركزها E و تشمل A .
- (C') دائرة مركزها F و تشمل A .
- G نظيرة B بالنسبة إلى E.
- H نظيرة B بالنسبة إلى F .

2) – هل النقطة B تنتمي إلى الدائرتين (C) و (C')؟ لماذا؟

- برهن أن النقطة G تنتمي إلى الدائرة (C) والنقطة H تنتمي إلى الدائرة (C').
- برهن أن النقط G ، A ، H على استقامة واحدة.

نموذج لشبكات تقويم الكفاءات القاعدية

الكفاءات القاعدية	معايير التقويم	مكتسبة	غير مكتسبة
- تعريف القوة من الرتبة n للعدد 10. - معرفة و استعمال قواعد الحساب على قوى العدد 10. - كتابة عدد عشري باستعمال قوى 10.	- كتابة أعداد معطاة في الشكل العشري أو الكسري باستعمال قوى العدد 10 والعكس، أمثلة: $10000 = 10^4$؛ $\frac{1}{1000} = 10^{-3}$، $375000 = 3{,}75 \times 10^5$ ... - تطبيق القواعد المتعلقة بالعمليات على قوى 10. أمثلة: $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$ $\frac{10^2}{10^5} = 10^{2-5} = 10^{-3}$ $(10^2)^3 = 10^{2\times 3} = 10^6$		
- تعريف الكتابة العلمية لعدد	- التعرف على الكتابة العلمية لعدد عشري من بين		

- استعمال الكتابة العلمية لحصر عدد عشري ولإيجاد رتبة قدر عدد.	- تعيين الكتابة العلمية لعدد عشري. - كتابة برنامج تعيين الكتابة العلمية لعدد بالحاسبة. - إيجاد رتبة قدر عدد أو حصر عدد عشري. مثال: الكتابة العلمية للعدد 759000 هي $7,59\times10^5$ ورتبة قدر هذا العدد هي 8×10^5. وحصر العدد بقوتين متتاليتين للعدد 10 هو $10^5 \le 7,59\times10^5 \le 10^6$		
- حساب قوة عدد نسبي - معرفة قواعد الحساب على قوى عدد نسبي و استعمالها في وضعيات بسيطة. - إجراء حساب يتضمن قوى.	- تعيين قوى عدد (مربع عدد، مكعب عدد، ...). - تطبيق القواعد المتعلقة بالعمليات على قوى عدد نسبي a. $a^2\times a^3=a^5$ ؛ $(a^2)^3=a^6$ ؛ ... - إجراء حساب يتضمن قوى باحترام الأولويات. مثال: $A=(45-5\times2^3)\times(9-2^2)=(45-5\times8)\times(9-4)$ $\times(9-5)=(45-40)$ $=5\times5$ $=25$		

7. نماذج لأنشطة

إن الأنشطة المقترحة فيما يلي عبارة عن أمثلة توضح روح البرنامج وكيفية تفسيره قصد الوصول إلى العمل بالتعلمات المرغوب فيها. فهي إذن غير حاصرة لما يتطلبه البرنامج والأستاذ غير ملزم بتنفيذها حرفيا، بل من الضروري تكييفها وفق قدرات التلاميذ وظروف عملهم.

لتسيير أغلبية هذه الأنشطة، يمكن للأستاذ إتباع المراحل المذكورة في الفقرة 3.2.5 "تسيير القسم" من وثيقة برنامج السنة الثالثة.

خواص العمليات	1

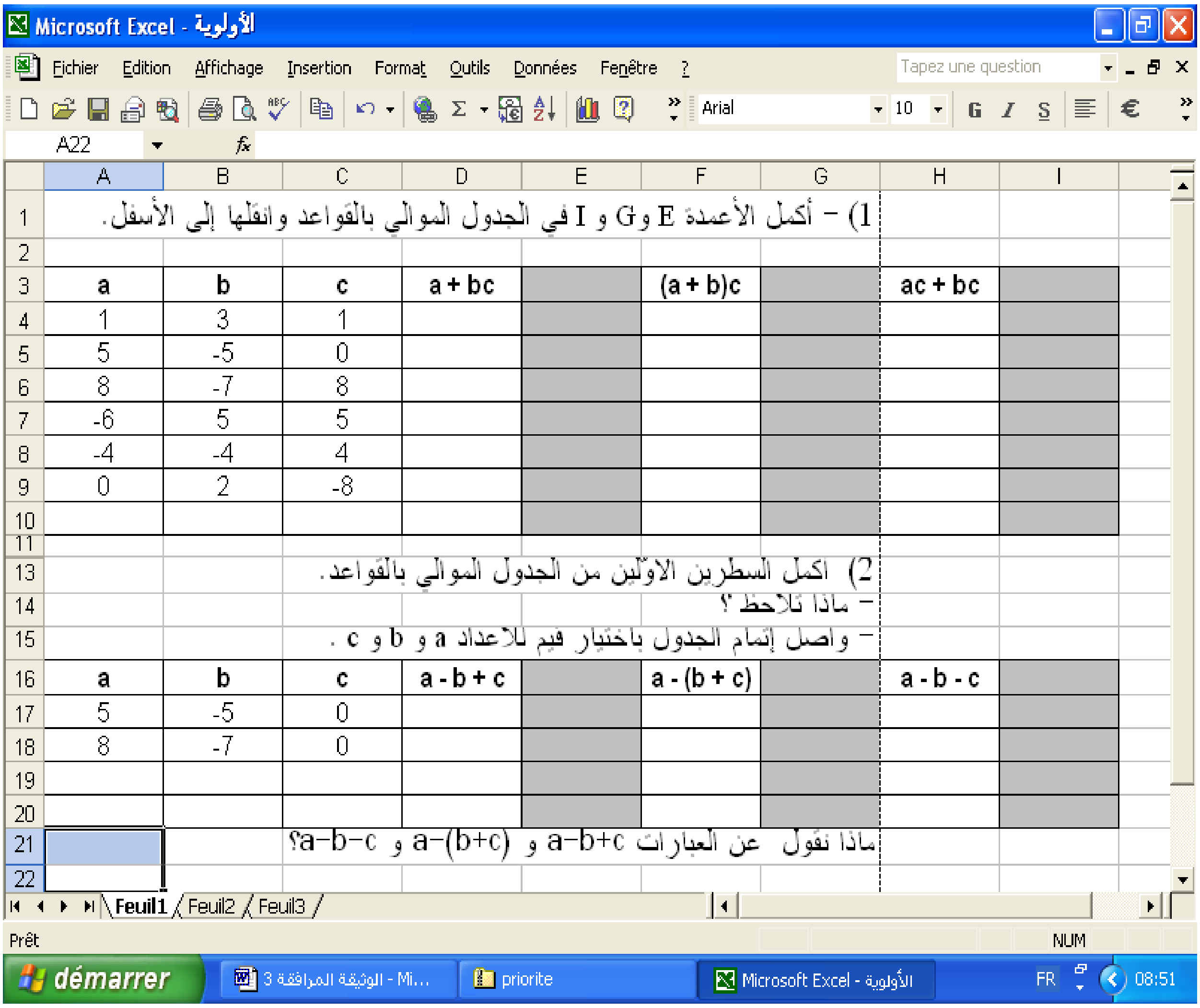
الأهداف: - استعمال قواعد في المجدول.

- إدراك أنّ التحقق مرة أو عدة مرات لا يشكّل تبريرا

عدد الحصص: 1

الفائدة من استعمال المجدول: تطبيق قاعدة بقيم عديدة

النشاط:



a	b	c	a + bc		(a + b)c		ac + bc	
1	3	1						
5	-5	0						
8	-7	8						
-6	5	5						
-4	-4	4						
0	2	-8						

a	b	c	a - b + c		a - (b + c)		a - b - c	
5	-5	0						
8	-7	0						

توجيهات بيداغوجية:

يتشكل هذا النشاط من جزأين يتضمن كلاهما جدولا. يمكن أن يقترح للتلاميذ في ثنائيات . بعد توزيع النشاط ، يتأكد الأستاذ في البداية من فهم كل التلاميذ للتعليمات المقدمة وكذا من اكتسابهم للمبادئ الأولية لاستعمال المجدول "إكسال".

بعد الحوصلة، تستنتج الخواص المستهدفة.

2	قراءة وترجمة تمثيلات بيانية لسلاسل إحصائية

الهدف: إدراك أن اختيار التمثيل البياني لسلسلة إحصائية مرتبط بطبيعة الوضعية المدروسة
عدد الحصص: 1
النشاط:

يعطي الجدول الموالي العلامات على 20 المحصل عليها من طرف بعض التلاميذ في ثلاث مواد.

التلميذ	رياضيات	تاريخ وجغرافيا	لغة عربية
حكيم	7	14	13
صونيا	12	15	14
يانيس	17	5	7
أمين	5	12	13
رشيد	19	14	15
أمال	3	13	11

المطلوب تمثيل هذه المعطيات بحيث يمكن الإجابة بكيفية أفضل على الأسئلة التالية:

1. من الذي لم يتحصل على 30 من 60 ؟
2. من تحصل على نتائج متجانسة ؟
3. من الأحسن في الرياضيات ؟
4. ما هي المادة التي امتاز فيها كلّ واحد ؟
5. ما هي المادة التي نجح التلاميذ فيها أكثر؟

توجيهات بيداغوجية:

التلاميذ يعملون مثنى مثنى. تعطى الحرية الكاملة للأفواج في اختيار طريقة تمثيل السلسلة.
بعد اختيار التمثيل وإنجازه، يحاول كلّ فوج الإجابة على الأسئلة المطروحة.
يتبع العمل ضمن الأفواج بعرض أمام القسم كله للنتائج المختلفة ثم الاستخلاص.

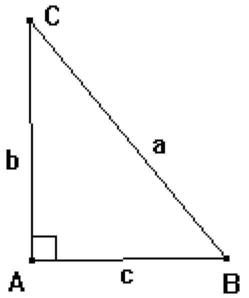
نظرية فيثاغورث(1)	3

الأهداف: - اكتشاف علاقة فيثاغورث وتفسيرها هندسيا
- التحقق منها باستعمال مربكة

عدد الحصص: 2

النشاط:

الحصة الأولى: اكتشاف علاقة فيثاغورث



أرسم مثلثا ABC قائما في A أبعاده معطاة كما في الشّكل.
- قس أبعاد هذا المثلث (بالتقريب إلى الميليمتر) ثم أكمل الجدول التالي:

a	b	c	a^2	b^2+c^2

- أعد نفس العمل باختيار مثلث قائم بأبعاد أخرى.
- أكمل ما يلي:
نستنتج من الجدول:

☐ = ☐ ☐

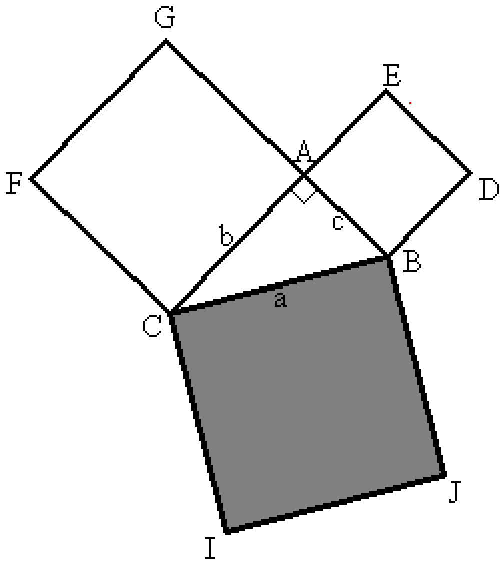
الخلاصة: في المثلث القائم، مربع ..... يساوي ..... مربعي الضلعين الآخرين.

تطبيقات:

1) ABC مثلث قائم في C، حيث $AC = 6cm$ ، $BC = 8cm$.
أحسب الطول AB للوتر.

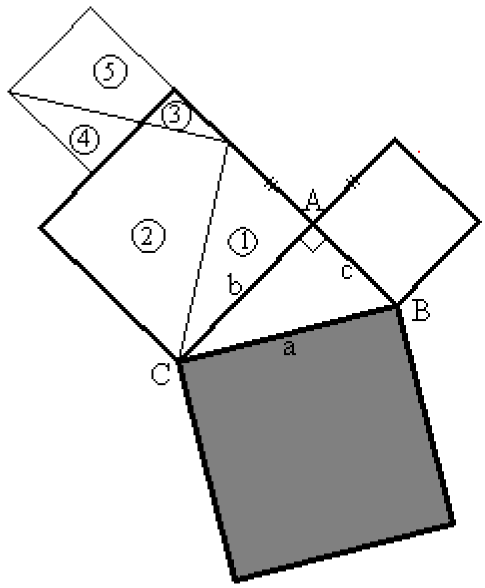
2) نعتبر المثلث DEF القائم في D حيث $EF = 5cm$ و $DE = 4cm$
أحسب طول الضلع $[DF]$.

الحصة الثانية: التفسير الهندسي



أنشئ ثلاثة مربعات على أضلاع المثلث ABC خارج المثلث (كما يبينه الشكل المقابل)،
- أكتب العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث القائم.
- استنتج علاقة بين مساحات المربعات الثلاثة.

- **التحقق بواسطة مربكة**



لاحظ الشكل المقابل:
- ماذا يمثل مجموع مساحات القطع ①، ②، ③؟
- ماذا يمثل مجموع مساحتي القطعتين ④، ⑤؟
- بقص القطع ①، ②، ③، ④، ⑤ أعد تشكيل المربع الرمادي.
ماذا تستنتج؟

توجيهات بيداغوجية:

يتم العمل فرديا في الحصة الأولى. يتأكد الأستاذ من فهم التعليمات وخاصة تلك المتعلقة بالقياس بالتقريب إلى الميليمتر وتعطى الحرية للتلاميذ في اختيار المثلث القائم. عند البحث، يستحسن استعمال الحاسبة لإجراء الحسابات (حساب المربعات والمجاميع). أثناء مرحلة العرض والمناقشة يصل الأستاذ بالتلاميذ إلى تفسير تقارب القيم المقارنة في بعض الحالات، ثم يتم استخلاص علاقة فيثاغورث التي تسجل على الكراريس (نصا ومساواة) مع الرسم.

في الحصة الثانية يكون العمل ضمن أفواج.

نظرية فيثاغورث(2)	4

الهدف: إثبات علاقة فيثاغورث باستعمال المساحات.

عدد الحصص: 1

النشاط:

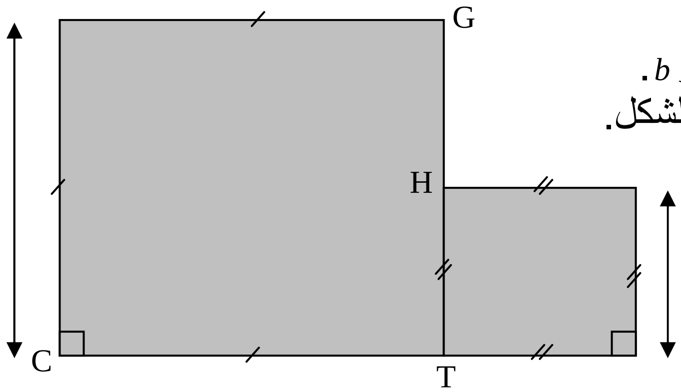
ABC مثلث قائم في C. نضع $a = BC$ و $b = AC$ و $c = AB$

المطلوب إيجاد علاقة بين الأطوال a ، b ، c.

- **المرحلة الأولى**

ننشئ مربعين: ضلع أحدهما a وضلع الآخر b.

نضع المربعين واحدا بجوار الآخر كما في الشكل.

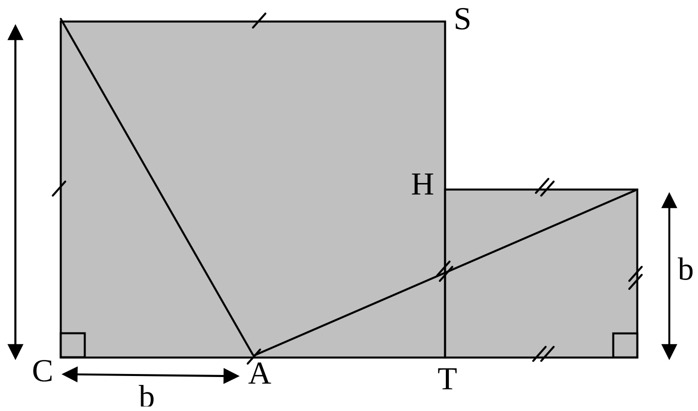


عبّر عن مساحة الشّكل المظلل بدلالة a و b.

- **المرحلة الثانية**

ندخل على الشكل السابق النقطة A من القطعة [CT] حيث CA = b

- ما هي قيمة المسافة AL ؟ برّر إجابتك.
- أذكر مثلثين قابلين للتطابق على الشكل.
- أحسب قيس الزاوية BAK مبررا إجابتك.



- **المرحلة الثالثة**

قص المثلثين ABC و AKL وضعهما مع ما تبقى من الشكل بحيث تتحصل على مربع جديد.

- أشرح لماذا يكون هذا الشكل مربعا بالفعل.
- بوضع $c = AB$، عبر عن مساحة المربع الجديد بدلالة c.
- بمقارنة هذه النتيجة بنتيجة المرحلة الأولى، أوجد علاقة بين الأطوال a و b و c.

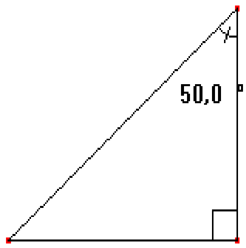
توجيهات بيداغوجية:

يحضر هذا النشاط بمراحله الثلاث على أوراق توزع على التلاميذ الذين يعملون ضمن أفواج. يطلب الأستاذ من التلاميذ احترام المراحل الثلاث للنشاط. بعد التحقق من أن أغلبية الأفواج تمكنت من إنهاء النشاط، ينظم الأستاذ مرحلة العرض والمناقشة ليصل بالتلاميذ إلى استخلاص علاقة فيثاغورث.

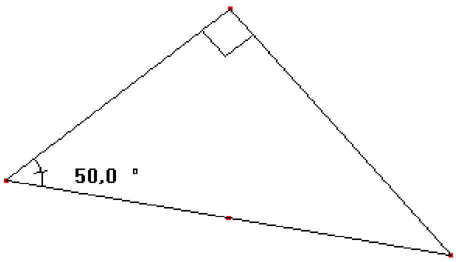
5 جيب التمام لزاوية حادة

الهدف: اكتشاف جيب التمام لزاوية حادة
النشاط: إليك خمسة مثلثات قائمة.

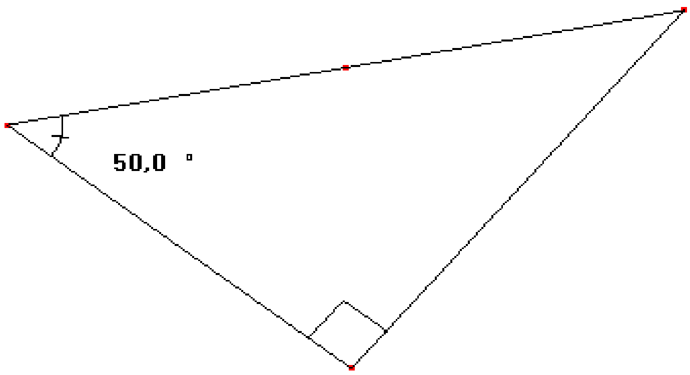
- لوّن بالأزرق الزاوية 50°.
- ارسم بالأخضر الضلع المجاور للزاوية 50°.
- ارسم بالأحمر وتر المثلث القائم.



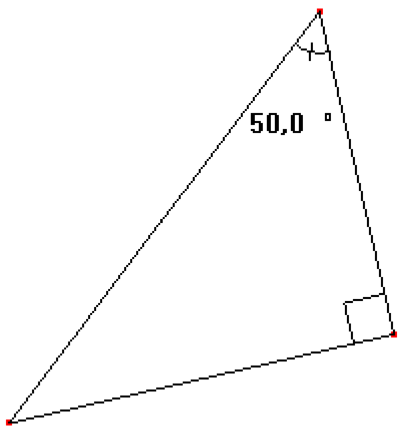
(1)



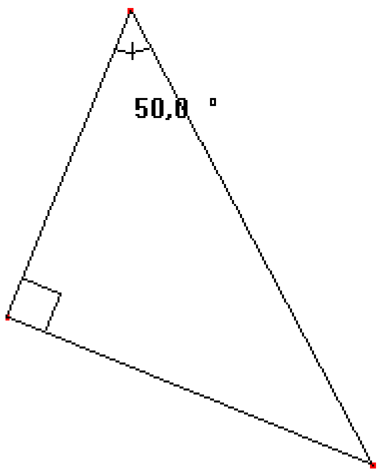
(2)



(3)



(4)



(5)

بأخذ القياسات الضرورية (بالمليمتر) على الرسومات، يطلب ملء الجدول التالي:

المثلثات	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
طول الضلع المجاور للزاوية $50°$					
طول الوتر					
حاصل قسمة طول الضلع المجاور للزاوية $50°$ على طول الوتر					

ماذا تلاحظون؟

توجيهات بيداغوجية:

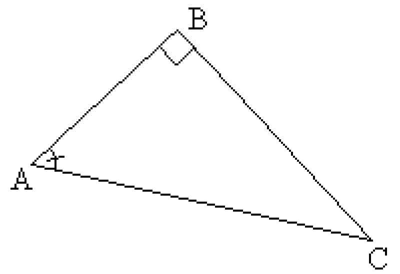
يقدم هذا النشاط فرديا بحيث توزع على تلميذ بطاقة تحتوي على النشاط (الأشكال والجدول). يتأكد الأستاذ في البداية من فهم التلاميذ للتعليمات وخاصة معرفتهم للمصطلحين "الضلع المجاور" و"الوتر". يعطى الوقت الكافي للتلاميذ لإجراء القياسات والحسابات المطلوبة (يستحسن الاستعانة بالحاسبة).

خلال فترة العرض والمناقشة يصل الأستاذ بالتلاميذ إلى ملاحظة أن كل حوا صل القسمة الناتجة متساوية تقريبا والفروق الضئيلة (إن وجدت) تعود إلى الدقة في القياسات.

ويكتب على السبورة:

"نسمي حاصل القسمة المحصل عليه **جيب تمام** الزاوية $50°$ و نرمز إليه بـ $\cos 50°$ ونكتب: $\cos 50^0 = 0,64$ ونقرأ: " جيب تمام 50 درجة يساوي $0,64$ ".

النتيجة: في المثلث القائم، جيب تمام زاوية حادة يساوي حاصل قسمة طول الضلع المجاور لهذه الزاوية على طول الوتر.



المثلث ABC قائم في B إذن $\cos \widehat{A} = \frac{AB}{AC}$

تطبيقات:

1) EFG مثلث قائم في E. أتمم المساويتين التاليتين:

$\cos \widehat{F} = \frac{\cdots}{\cdots}$ ، $\cos \widehat{G} = \frac{\cdots}{\cdots}$.

2) أرسم مثلثا ABC بحيث $AB = 3cm$ ، $AC = 4cm$ ، $BC = 5cm$.

- أثبت أن المثلث ABC قائم في A.
- استنتج جيب تمام كل من الزاويتين الحادتين $A\widehat{B}C$ و $A\widehat{C}B$.

المثلث القائم والدائرة	6

الهدف: - وضع مخمنة وإثباته
- معرفة أن مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم هو منتصف وترهذا المثلث.

عدد الحصص: 1

النشاط:

- تعطى عدة مثلثات DEF قائمة في D.

1) أرسم المحاور الثلاثة لكل مثلث. لتكن O نقطة التقاطع.
أين يبدو موقع O بالنسبة إلى المثلث DEF ؟
تحقّق من تخمينك (الاستقامية، تساوي المسافة)
2) أرسم في كلّ حالة الدائرة المحيطة بالمثلث.

- لنبرهن المخمنة الموضوع في السؤال 1).(ينجز على كرّاس التلميذ)

1) أرسم مثلثا DEF قائما في D.
2) أرسم (d) محور $[ED]$. (d) يقطع $[ED]$ في G و $[EF]$ فيO.
3) بيّن أنّ (d) و (DF) متوازيان.
4) بيّن أنّ O منتصف $[EF]$.
5) برّر لماذا تقع النقطة O على محور $[EF]$.

النقطة O على محوري $[DE]$ و $[EF]$، هي النقطة المشتركة لمحورين في المثلث DEF.
بما أنّ محاور المثلث متلاقية، إذنّ O هي نقطة تلاقي المحاور الثلاثة.

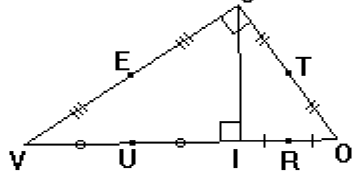
6) أرسم الدائرة المحيطة. ماذا تستنتج ؟

إذا كان المثلث قائما، فهو قابل للرسم في الدائرة التي قطرها وتر هذا المثلث.

توجيهات بيداغوجية:

يراقب الأستاذ في البداية المكتسبات القبلية للتلاميذ والضرورية لإنجاز هذا النشاط، وبالخصوص إنشاء الدائرة المحيطة بالمثلث. يعد هذا النشاط فرصة يتدرب خلالها التلميذ على البرهان بحلقاته المختلفة. لذا على الأستاذ أن يصل بالتلاميذ في مرحلة أولى إلى وضع مخمنة مناسبة، ثم إثباتها باحترام ترتيب الأسئلة.

تطبيق: لاحظ الشكل التالي:



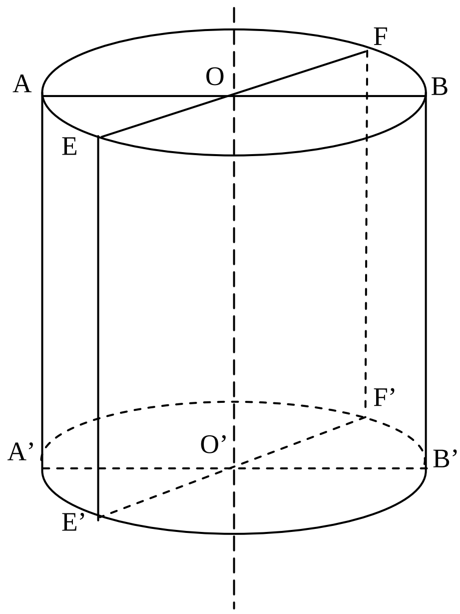
برّر كلا من النصوص التالية:

- النقطة E هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث VIC.
- النقطة I تنتمي إلى الدائرة التي قطرها $[OC]$.
- القطعة $[OV]$ قطر للدائرة المحيطة بالمثلث COV.

الهدف: قراءة رسم يمثل الأسطوانة

عدد الحصص: 1

النشاط:



الرّسم المقابل يمثل أسطوانة، ارتفاعها 10 cm وقطرها 6 cm . الرباعيان $ABB'A'$ و $EFF'E'$ يمثلان مقطعين شاقوليين لهذه الأسطوانة اللذين يمران بالمركزين O و O' للقاعدتين.

لاحظ جيّدا الشّكل وأجب عن الأسئلة التالية:

1) ما هي الأطوال الحقيقية للقطع $[AB]$، $[AA']$، ... ، $[EE']$؟

2) ما هي الأقياس الحقيقية للزاويا:

$A\hat{B}B' = ...$ $\quad BB'\hat{A}' = ...$

$E'\hat{E}F = ...$ $\quad O\hat{O}'B' = ...$ $\quad O\hat{O}'F' = ...$

3) ما هي طبيعة كلّ من المقطعين $ABB'A'$ و $EFF'E'$؟

4) ما هو تقاطع المقطعين $ABB'A'$ و $EFF'E'$؟

5) ما هو الوضع النسبي للمولد $[AA']$ بالنسبة لمستويي القاعديين؟

توجيهات بيداغوجية:

يندرج هذا النشاط ضمن التعلّمات المتعلقة بالهندسة في الفضاء وخاصة تمثيل المجسمات باحترام قواعد الرسم بالمنظور.

يحضر الأستاذ بطاقات التلاميذ (الرسم مع الأسئلة) وينجز هذا النشاط فرديا.

تكون المرحلة الأولى بملاحظة الشكل من طرف التلاميذ وقراءة الأسئلة، ويتأكد الأستاذ من فهم التعليمات من طرف كل التلاميذ ثم يترك لهم وقتا للبحث وللمعالجة.

8 الانسحاب

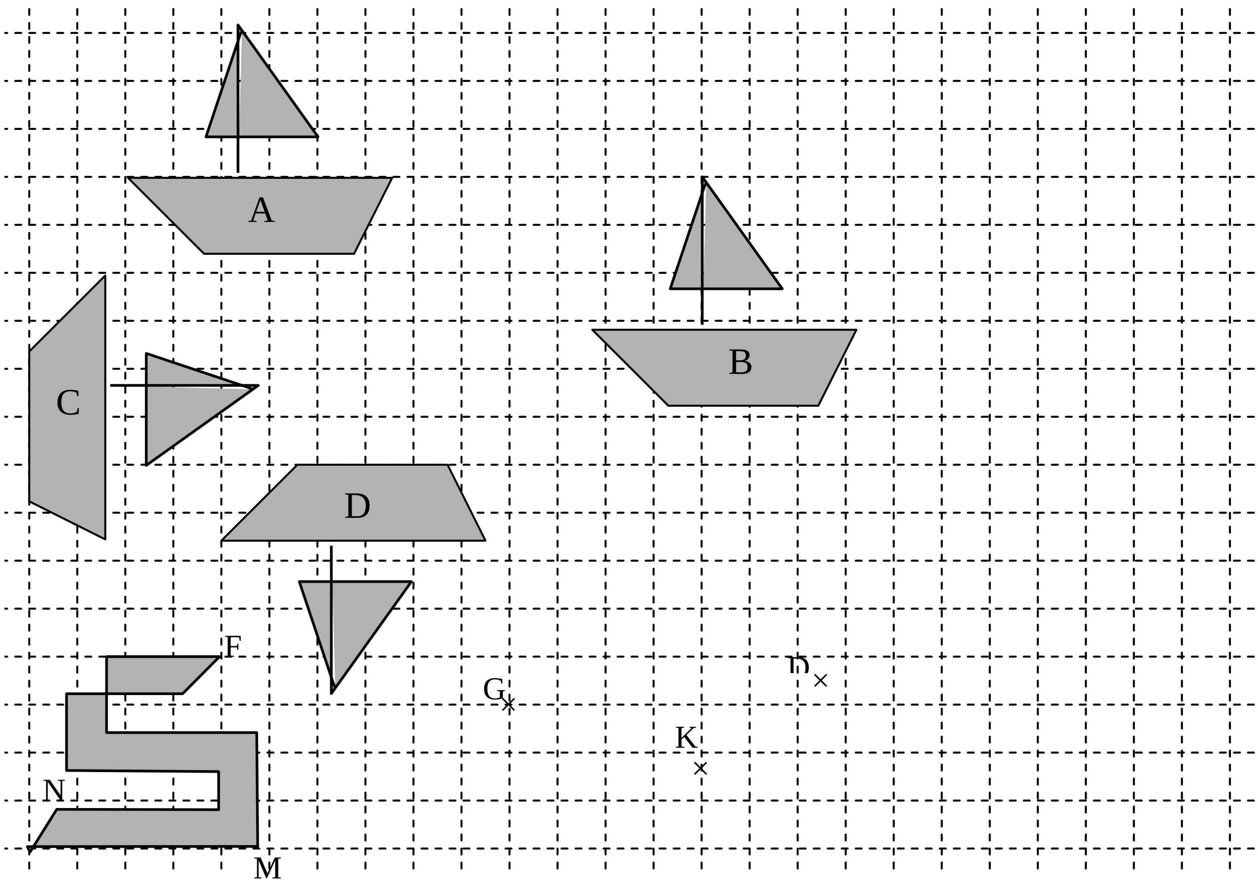
الأهداف: - اكتشاف الانسحاب وتعريفه.
- تعيين صور أشكال بسيطة بانسحاب.

عدد الحصص: 2

النشاط:

الحصة الأولى:

لاحظ المرصوفة التالية وأجب على الأسئلة:



لاحظ جيدا السفن A، B، C، D .

ما هي السفينة المحصل عليها بسحب السفينة A ؟ ....

نقول أنُ السفينة ... صورة A **بانسحاب.**

أرسم صورة الشكل المشابه للحرف . **بالانسحاب الذي يُحوّل F إلى G.**

عيّن النقطة M’ صورة M **بالانسحاب الذي يُحوّل F إلى G.**

ماذا يمكن قوله بالنسبة إلى FGM’M ؟ ....

عيّن النقطة N’ صورة N بالانسحاب الذي يُحوّل F إلى G.

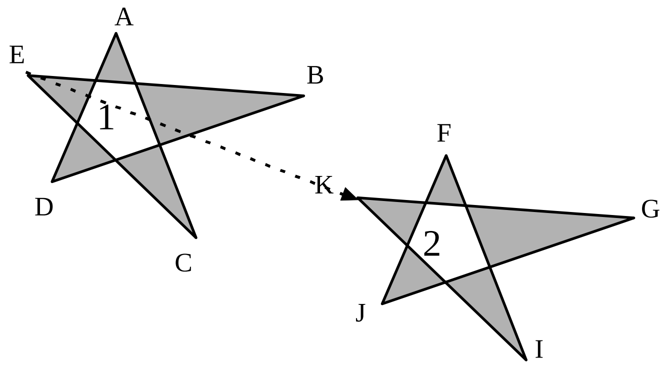
ماذا يمكن قوله بالنسبة إلى FGN’N ؟ ....

أرسم صورة الشكل المشابه للحرف **ك بالانسحاب الذي يُحوّل F إلى K.**

عيّن النقطة R صورة M بالانسحاب الذي يُحوّل F إلى K.
ماذا يمكن قوله بالنسبة إلى FGRM ؟ ....
عيّن النقطة P صورة N بالانسحاب الذي يُحوّل F إلى K.
ماذا يمكن قوله بالنسبة إلى FGPN ؟ ....

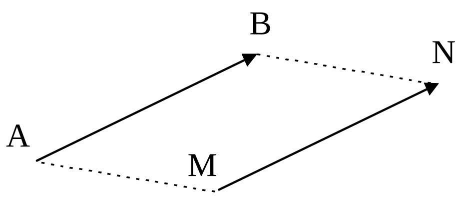
الحصة الثانية

تبيّن الصورة التالية نجمتين.



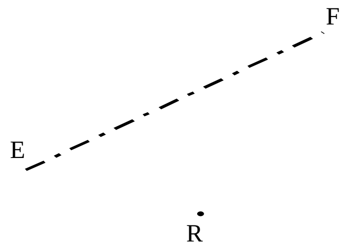
النجمة 2 هي صورة النجمة 1 بالانسحاب الذي يحوّل E إلى K.
صورة A هي .... و .... متوازي أضلاع.
صورة B هي .... و .... متوازي أضلاع.
صورة C هي .... و .... متوازي أضلاع.

تعريف: بالنسبة إلى الانسحاب الذي يحوّل A إلى B، تكون صورة M هي N عندما يكون ABNM متوازي أضلاع.

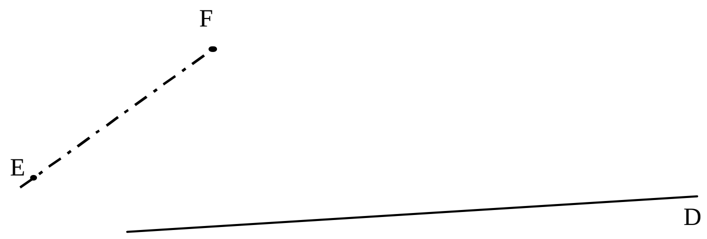


تطبيقات:

1) أنشئ صورة R بالانسحاب الذي يحوّل E إلى F .

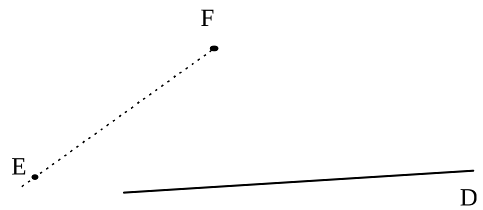


2) أنشئ ’D صورة المستقيم D بالانسحاب الذي يحوّل E إلى F .



ملاحظة: المستقيمان D و ’D ....

3) أنشئ $[MN]$ صورة القطعة$[EF]$ بالانسحاب الذي يحوّل E إلى F .



توجيهات بيداغوجية:

ينجز النشاط على بطاقات يحضرها الأستاذ من قبل. ومن أجل ذلك، يحرص الأستاذ على أن تكون بعض رؤوس الأشكال على عقد المرصوفة وأن يكون اختيار النقط G و K و D على المرصوفة بحيث تكون الإنشاءات المطلوبة ممكنة على هذه المرصوفة.