**البرهان بالتراجع**

البرهان بالتراجع أو الإستدلال بالتراجع هو نمط من أنماط البراهان الرياضي و نفكر فيه عندما نريد البرهان على صحة خاصية معينة متعلقة بعدد طبيعي، و قلت نفكر فيه أولا و لم أقل نستعمله دائما لأنه أحيانا تكون لدينا طريقة سهلة و أسرع من البرهان بالتراجع و ذلك باستعمال الأسئلة السابقة و المعطيات أو توظيف مكتسبات قبلية من السنوات أو الدروس السابقة، فإن لم نجد طريقة سهلة نتبع خطوات البرهان بالتراجع و هي كالتالي:

* مرحلة التحقيق: نتحقق من صحة الخاصية من أجل أول قيمة للعدد الطبيعي و ذلك بتعويض قيمة الأولية في الخاصية ( أحيانا في طرفي الخاصية ) .
* مرحلة الفرضية: نكتب دائما الجملة التالية: نفرض أن الخاصية صحيحة أي أن " و نكتب العلاقة المراد برهان صحتها ".
* مرحلة البرهان و هي المرحلة المهمة في هذا النمط من البراهان و نكتب فيها " نبرهن صحة أي نبرهن أن ( ونستبدل بالعدد في العلاقة المراد برهانها )"

و هنا ركز على هاتين الطريقتين:

* إذا اشتملت الخاصية على المساواة فننطلق من طرف مستعملين الفرضية لنصل إلى الطرف الثاني.
* إذا اشتملت الخاصية على متباينة ننطلق من الفرضية و نحاول تشكيل العبارة المكتوبة في مرحلة البرهان بعد استبدال بالعدد .

**تطبيق1:** ( حالة مساواة )

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي لدينا: ..... (\*)

**الحل:**

لدينا خاصية متعلقة بعدد طبيعي إذن نفكر في البرهان بالتراجع و لكن نسئل أنفسنا هل توجد طريقة أحسن و أسرع؟ للإجابة على هذا السؤال يجب أن يكون لديك التركيز الجيد و قوة الملاحظة و مفاهيم قبلية مهظومة، بمعنى أن في هذه الحالة نلاحظ أن الخاصية عبارة عن مجموع حدود متتالية حسابية أساسها 1 و حدها الأول هو 0كذلك.

و نعلم أن :

**طريقة البرهان بالتراجع:**

نسمي الخاصية المعطاة ( العلاقة (\*)

* من أجل القيمة الأولى لـ أي:

الطرف الأول يساوي 0 و الطرف الثاني يساوي 0 و ذلك بعد تعويض بـ 0

إذن الخاصية صحيحة من أجل أي: صحيحة.

ملاحظة: الطرف الأول هو مجموع يبدأ دائما من 0 و ينتهي عند العدد ، مثلا إذا كان فالطرف الأول هو مجموع يبدأ من 0 و ينتهي عند العدد 3 أي:

و الطرف الثاني هو: إذن الخاصية صحيحة من أجل اي صحيحة.

* *نفرض أن صحيحة أي:*
* *نبرهن أن صحيحة أي نبرهن أن:*

*في هذه الحالة لدينا مساواة فننطلق من الطرف الأول و نصل إلى الطرف الثاني مستعملين الفرضية.*

***ملاحظة:*** *الطرف الأول للخاصية يبدا كما قلنا دائما من الصفر و ينتهي عند العدد() مرورا بالعدد .*

*( و هذا بأخد كعامل مشترك في البسط )*

اذن الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي .

**تطبيق 2:**( حالة متراجحة أي الخاصية تشمل متباينة )

لتكن المتتالية المعرفة بـ: و من أجل كل من Ν :

ــ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي : .......... (\*\*)

**الحل:**

نسمي الخاصية المعطاة ( العلاقة (\*\*)

لا توجد معطيات كافية أو أسئلة سابقة للإجابة على السؤال بطرقة أخرى لدى سنستعمل البرهان أو الإستدلال بالتراجع .

* *من أجل القيمة الأولى لـ* أي:

*و إذن*  صحيحة.

* *نفرض أن صحيحة أي:*
* *نبرهن أن صحيحة أي نبرهن أن:*

*في هذه الحالة لدينا متراجحة أي الخاصية تتضمن متباينة فنفكر في الإنطلاقة من الفرضية فنكتب:*

*نشكل عبارة انطلاقا من أي:*

*معناه ( ضرب الطرفين في العدد 3 )*

*معناه ( اضافة للطرفين العدد 4 )*

*معناه ( ضرب الطرفين في العدد )*

*معناه ( بعد الإختزال على العدد 3 )*

*معناه و هو المطلوب*

اذن الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي .